ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

REVUE TRIMESTRIELLE

TOME X. OCTOBRE 1955. N° 42.

TOME X OCTOBRE 1955 N° 42

ANNALES
DE
RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T. S. F.

COMPAGNIES FRANÇAISES

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL (CSF)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE (SFR)
RADIO-FRANCE (RF)
RADIO-ORIENT (RO)
COMPAGNIE RADIO-MARITIME (CRM)
COMPAGNIE D'APPLICATIONS MÉCANIQUES A L'ÉLECTRONIQUE, AU CINÉMA ET A L'ATOMISTIQUE (CAMECA)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE-AFRIQUE (SFRA)
SOCIÉTÉ ANONYME LE CONDENSATEUR CÉRAMIQUE (LCC)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES MÉTAUX ÉLECTRONIQUES (CIME)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES CÉRAMIQUES ÉLECTRONIQUES (CICE)

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

Rédacteur scientifique : M. Robert WARNECKE

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F.,
Centre d'Information et de Documentation, 10, rue Carducci, Paris (19e).

ANNIVERSAIRE.

Par R. AUBERT,

**Directeur Général Technique
de la Compagnie Générale de Télégraphie Sans Fil
et de la Société Française Radio-Électrique.**

Lorsqu'en 1945, la Compagnie Générale de Télégraphie Sans Fil et ses Compagnies associées décidèrent de créer les *Annales de Radioélectricité* c'était, ainsi que le signalait M. Ponte dans l'éditorial du premier numéro, pour « faire connaître les travaux et les résultats » de ces Compagnies.

Durant quatre années, en effet, nos laboratoires avaient travaillé dans la clandestinité. Ils étaient pratiquement coupés de toutes sources d'informations scientifiques et techniques. Alors que les laboratoires alliés avaient vu mettre à leur disposition, du fait des hostilités, des ressources pratiquement illimitées, les laboratoires français n'avaient pu vivre que sur leurs ressources propres et grâce à l'aide, réduite hélas aux faibles possibilités du moment, que les administrations françaises s'efforçaient de leur donner.

Beaucoup pouvaient donc penser, à la fin de cette période, que le potentiel de recherche de ces laboratoires avait été annihilé. Les *Annales* avaient pour but de prouver qu'il n'en était rien et que leur vitalité, au contraire, était plus forte que jamais. Ce but pouvait paraître présomptueux à certains. D'autres se demandaient avec inquiétude si l'on pourrait alimenter suffisamment une revue périodique qui se devait d'être de qualité.

Le chercheur électronicien dont le rôle consiste à domestiquer les particules les plus infimes de la matière, à utiliser ses propriétés les plus cachées ou à maîtriser les réactions de circuits complexes, a conscience que son travail n'est jamais fini et il a souvent scrupule à en publier les résultats.

Un tel scrupule, louable en soi, pouvait entraîner un tarissement rapide des sources mêmes de la revue. Il y avait donc un sérieux handicap à vaincre et il était nécessaire de posséder une foi totale en l'avenir.

Cependant, le premier numéro fut lancé en 1945....

Dix années ont passé depuis et il nous a semblé bon, à l'occasion de cet anniversaire, de faire le point des efforts effectués et des résultats acquis.

Deux cent dix articles, uniquement centrés sur les côtés scientifiques ou techniques des problèmes étudiés, répartis en 3 600 pages grand format montrent que les dirigeants des Compagnies associées ont eu raison d'avoir foi en leurs ingénieurs, savants et techniciens.

Les sujets traités ne donnent qu'une idée fort incomplète des activités du Groupe, beaucoup d'études ou de recherches étant soumises au régime du secret, notamment celles relatives à la Défense Nationale et à certains contrats étrangers (tubes, radars, calculateurs, téléguidage, etc.). Nous essayerons cependant de brosser un rapide tableau des principaux travaux publiés et des réalisations techniques et industrielles auxquelles ils ont donné naissance.

Pendant fort longtemps, le tube à vide est resté du type classique : les triodes, tétrodes et pentodes n'étaient que diverses applications d'un même principe de base dans lequel le temps de transit des électrons était négligeable devant la durée de la période. Une technologie de plus en plus poussée et, partant de plus en plus ardue, avait permis de repousser les limites de fonctionnement de ces tubes mais pratiquement rien n'existe industriellement, même actuellement, au-delà de 3 000 MHz.

Or, quel champ d'application ne trouve-t-on pas au-delà de ces 3 000 MHz ?

Tout progrès dans ce sens était lié au progrès des tubes. Le magnétron existait bien depuis de nombreuses années déjà, mais il était nécessaire de lui trouver ses compléments : des tubes capables

d'osciller et d'amplifier, dans une large bande de fréquence avec des dispositifs d'accord commodes.

Nos laboratoires développèrent tout d'abord toute une série de klystrons. Puis, ils s'attaquèrent aux tubes à propagation d'onde (T. P. O.), permettant une amplification importante dans une bande étendue de fréquence. Les multiplex à grand nombre de canaux, les grandes artères fixes de transmission de télévision, sont redevables à ces tubes de leur existence.

Dans le domaine des tubes de puissance, les tubes à propagation d'onde (T. P. O.) et les tubes à champ magnétique croisé (T. P. O. M.) permettent actuellement d'obtenir des puissances de crête de plusieurs mégawatts et de réaliser ainsi des systèmes amplificateurs qui ouvrent de nouveaux horizons au développement des radars.

Mais il manquait toujours le tube oscillateur, accordable commodément dans une grande gamme de fréquence.

La découverte et la mise au point des « Carcinotrons » O et M par les laboratoires C. S. F. vint combler cette lacune. Les nouvelles possibilités de ces tubes entr'ouvrent aux chercheurs de nouveaux horizons, et radars, brouilleurs, multiplex, appareils de mesures ou de recherche scientifique en seront les premiers bénéficiaires.

Les quelques millimètres d'une part, les quelques centaines de kilowatts de crête d'autre part, sont déjà obtenus. Quant aux oscillateurs à fonctionnement permanent, c'est par kilowatts que l'on compte actuellement la puissance qu'ils sont capables de délivrer, dans une bande de fréquence de près d'un octave, sur des fréquences de quelques milliers de mégacycles.

Dans un domaine connexe, les recherches sur les couches minces et sur la technologie des grilles fines ont donné naissance à de nombreux types de tubes (tubes oscilloscopes, tubes à mémoire, tubes transformateurs d'images) qui ont élargi considérablement les possibilités de transformation et de diffusion des informations, sous les formes les plus diverses, permettant ainsi des améliorations notables dans les méthodes d'exploitation des radars.

Quelque 70 articles et près de 1100 pages sont relatifs à ces travaux.

Les recherches fondamentales sur la céramique ont permis la création en France d'une industrie entièrement nouvelle : celle du condensateur céramique.

Les études sur la métallurgie des poudres ont donné lieu à la réalisation des alliages spéciaux nécessaires à la fabrication des tubes à vide ainsi qu'à celle de contacts nobles adaptés à différents usages et utilisés aussi bien dans l'industrie du courant fort que dans celle de l'électronique.

Plus récemment, l'étude de la physique du solide et de la technologie des semi-conducteurs entraînait le développement rapide du transistor qui, lui-même, posait à son tour le problème de la subminiaturisation des autres éléments.

De nouvelles recherches étaient aussi proposées aux céramistes et aux métallurgistes, aboutissant à la mise au point des résistances subminiatures et des capacités au tantale.

Les matériaux du type « ferrites » s'étaient déjà imposés dans le matériel courant; mais l'étude de la polarisation rotatoire et de la biréfringence magnétique qui, il y a quelques années était considérée comme simple expérience de laboratoire, est en passe d'apporter aux techniques du radar et des câbles hertziens de profonds perfectionnements.

Les résistances non linéaires, les thermistances, ont introduit l'électronique dans l'électricité industrielle et dans les applications à la vie courante, et des éléments dérivés des études effectuées dans nos laboratoires à propos de tout autre usage, sont actuellement largement utilisés dans l'industrie automobile comme éléments thermométriques de radiateurs.

Trente articles et près de 500 pages de texte ont été publiés sur ces différents travaux.

Les études sur la diffraction et la propagation des ondes ont donné naissance à des systèmes d'aériens (lentilles et antennes cigares) qui ont trouvé leurs applications les uns, dans les multiplex fixes à grand nombre de canaux, les autres dans les multiplex portatifs à faible nombre de voies.

Une dizaine d'articles et une centaine de pages sont relatifs à ces travaux.

Quelque 60 articles et 800 pages traitent des études effectuées dans le domaine des fréquences basses et radio. Ce domaine a atteint depuis longtemps sa maturité et ces articles, presque tous techniques, témoignent de la mise en œuvre de l'art de l'ingénieur pour atteindre des performances et des sécurités de fonctionnement toujours améliorées. Les dispositifs multiplex, de télévision, de transmission à bande unique et de radionavigation en ont été les principaux bénéficiaires.

Une vingtaine d'articles et 400 pages ont trait à l'optique électronique et à ses applications aux tubes, aux microscopes et aux spectrographes de masse.

Enfin, une vingtaine d'articles (500 pages environ) traitent des sujets les plus divers allant des mathématiques pures à l'effet du vent sur les pylônes en passant par les propriétés physiques et biologiques des micro-ondes, les photo-conducteurs, les cathodes à oxyde, les accélérateurs linéaires, etc.

Voilà, en bref, le bilan des quarante premiers numéros des *Annales*. Tout ce bel ensemble est l'œuvre de 115 auteurs différents.

Et ce bilan semble prouver que le but que nous nous étions assigné au départ a bien été atteint, puisqu'en outre les *Annales* sont devenues un outil de travail dans plus de 300 laboratoires répartis dans 43 pays différents.

Je voudrais donc que cet anniversaire soit un hommage à tous les savants, chercheurs et ingénieurs qui ont contribué à ce succès et qui constituent l'âme de nos laboratoires.

Et puisque j'ai l'honneur d'orienter et de coordonner leurs travaux, je veux leur dire ici toute la joie que me procure, malgré les vissicitudes et les difficultés inhérentes à la recherche, la collaboration confiante que nous entretenons et le magnifique travail d'équipe qui y est effectué. Je veux leur dire aussi la fierté que je ressens devant le rayonnement scientifique et industriel français qui en découle.

Que nos amis étrangers, avec qui nous entretenons de cordiales relations et l'échange d'informations sans lequel tout progrès scientifique serait impossible, reçoivent également, à l'occasion de cet anniversaire et par l'intermédiaire des *Annales*, l'amical salut de leurs collègues français.

Enfin, je ne saurais terminer ce papier sans remercier M. Achard qui, avec beaucoup de dévouement, prit en charge notre revue pendant ses premières années ainsi que M. Warnecke qui lui succéda dans la tâche ingrate de Rédacteur Scientifique, à laquelle il apporte tout le soin et la compétence que l'on connaît.

ÉTUDE DES MODES D'OSCILLATIONS DU « CARCINOTRON M »

PREMIÈRE PARTIE

Par M. de BENNETOT,

Département « Recherches Électroniques »
du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

Sommaire. — *A l'accrochage des oscillations, le fonctionnement du « Carcinotron M » peut être analysé au moyen d'une théorie linéaire.*

Si l'on admet des hypothèses très restrictives, — trajectoires électroniques rectilignes en l'absence de H. F., champs de charge d'espace négligeables —, on ne trouve pas des résultats en accord avec les données expérimentales.

On a repris dans cet article l'étude des modes d'oscillation, — c'est-à-dire la détermination de l'intensité du courant d'accrochage et de la fréquence des oscillations —, en tenant compte en première approximation des effets de la charge d'espace. Le champ de « l'harmonique d'espace » en interaction avec le faisceau électronique est constitué dans ce cas par la somme des trois ondes progressives.

Une comparaison des valeurs théoriques — déduites de la présente étude — et des valeurs expérimentales des paramètres qui définissent les modes d'oscillation du « Carcinotron M » sera faite dans la deuxième partie de cet article (C.D.U. : 621.385.1.029.6).

Summary. — *At the inception of oscillations, the operation of the " M Carcinotron " may be analysed by means of a linear theory.*

Under certain very restrictive hypotheses, i. e., rectilinear electron trajectories in the absence of R. F. fields and negligible space-charge fields, results do not agree with experiment.

In this paper, the study of oscillation modes is undertaken — that is, the determination of the value of the starting current and of the frequency of the oscillations — taking into account to a first approximation space charge effects. In this case, the field of the " space harmonic " interacting with the electron beam is the sum of three travelling waves.

A comparison of the theoretical values, deduced from the results of the present study, with the experimental values of the parameters defining the oscillation modes of the " M Carcinotron " will be given in the second part of this article (U.D.C. : 621.385.1.029.6).

INTRODUCTION.

Le « Carcinotron M » [1], [2], [3], [4], est un oscillateur, fonctionnant en hyperfréquences, caractérisé par une bande d'accord électronique très large et un rendement élevé et capable de fournir, en régime continu ou en régime d'impulsions, des puissances H. F. importantes.

Ses propriétés sont liées aux phénomènes physiques qui se produisent lorsque l'on fait interagir un faisceau électronique et un champ de haute fréquence guidé par une ligne à structure périodique, phénomènes qui sont mis en œuvre dans les différents types de tubes électroniques dits « à onde progressive » et que l'on peut résumer comme suit [5], [6] :

Les cellules de la ligne ont un effet sensible sur le faisceau électronique lorsqu'il existe une relation entre la périodicité du champ et la vitesse de déplacement des électrons. Cette relation doit exprimer que les effets produits sont cumulatifs.

En dehors de cas exceptionnels, le champ électrique guidé par une ligne à structure périodique

n'est pas constitué par une onde sinusoïdale pure. Pour un mode de propagation et une fréquence donnés, il est équivalent à la superposition d'une infinité d'ondes progressives. L'effet cumulatif des cellules de la ligne sur le faisceau est obtenu dans ces conditions lorsque la vitesse des électrons est pratiquement égale à la vitesse de phase de l'une de ces ondes. C'est ce que l'on exprime en disant qu'il y a « synchronisme » entre les électrons du faisceau et l'un des « harmoniques d'espace » du champ électrique.

Cette condition de synchronisme impose le sens et la valeur de la vitesse de phase de l'onde utilisée, mais elle ne détermine pas le sens de propagation de l'énergie dans la ligne.

En effet, la décomposition d'un champ électrique de ligne à structure périodique en ondes sinusoïdales montre que pour une vitesse d'énergie de sens donné les différents « harmoniques d'espace » ont des vitesses de phase de sens alterné [7]. Autrement dit, la condition de synchronisme relative à la phase étant remplie, la vitesse d'énergie pourra être de même sens que la vitesse des électrons ou de sens contraire.

Dans le premier cas, lorsque le synchronisme a lieu sur un mode « direct », le tube « à onde progressive » est apte à fonctionner en amplificateur.

Dans le deuxième cas, lorsque le synchronisme a lieu sur un mode « inverse », le tube « à onde progressive » est apte à fonctionner en oscillateur et éventuellement en amplificateur. L'énergie et le faisceau électronique se déplacent en sens contraire. La modulation de densité transportée par le faisceau constitue une réaction interne. Elle induit dans la ligne au niveau de chaque cellule un flux d'énergie qui se dirige vers l'extrémité de l'espace d'interaction où est injecté le faisceau. Pour une intensité suffisante du courant du faisceau on obtient un phénomène entretenu. Le tube « à onde progressive » oscille à une fréquence déterminée par la condition de synchronisme. Une variation de la vitesse des électrons entraîne une variation de la fréquence des oscillations, d'où la possibilité d'une bande d'accord électronique très large qui dépend des caractéristiques de la ligne utilisée.

C'est ce mécanisme de réaction interne, mis en évidence par B. Epsztein [2] qui est à la base du fonctionnement des tubes oscillateurs désignés sous le nom de « Carcinotron » (1).

(1) Marque déposée par la Compagnie Générale de Télégraphie Sans Fil.

Qu'ils soient amplificateurs ou oscillateurs, les tubes « à onde progressive » sont caractérisés, en outre, par les propriétés du faisceau électronique. Sur les réalisations actuelles, celui-ci est soit un faisceau rectiligne d'électrons, préalablement accélérés, injectés dans un espace sans champ électrique continu, mais focalisés en général par un champ magnétique axial, soit un faisceau en équilibre dans un espace de forme linéaire ou circulaire où sont appliqués deux champs continus électrique et magnétique, normaux entre eux.

Dans le premier cas, on dit que le tube est du type « O » : tube à « onde progressive » ordinaire [8], [9], [10], « Carcinotron O » [1], [2], [11], [12], [13], [14]. Dans le deuxième cas, on dit que le tube est du type magnétron ou du type « M », amplificateur « à onde progressive » du type magnétron ou T. P. O. M. [15], [16], « Carcinotron M ».

L'objet du présent article est d'étudier les modes d'oscillations du « Carcinotron M » et d'obtenir une interprétation théorique à peu près satisfaisante de divers faits expérimentaux, notamment : l'intensité du courant d'accrochage du mode fondamental et la possibilité d'oscillation simultanée sur des fréquences séparées (phénomènes des oscillations « parasites »).

Si l'on admet des hypothèses très restrictives (champs de charge d'espace négligeables, trajectoires rectilignes en régime statique), on peut donner une analyse relativement simple du fonctionnement du tube, valable à l'accrochage des oscillations, d'interprétation physique claire. Mais cette analyse est en désaccord sur deux points essentiels avec les résultats expérimentaux :

1° L'intensité calculée du courant d'accrochage de mode fondamental est toujours très supérieure à l'intensité mesurée;

2° La possibilité d'excitation de modes supérieurs d'oscillation est bien expliquée, mais on ne trouve pas théoriquement de séparation de fréquence entre les modes alors qu'on observe expérimentalement des écarts de l'ordre de 2 %.

Si l'on admet des hypothèses moins restrictives — c'est-à-dire essentiellement si l'on tient compte des champs de charge d'espace — on peut reprendre l'analyse du fonctionnement du tube. C'est ce qui est fait au paragraphe 2 de cet article. La théorie développée n'en reste pas moins une théorie simplifiée parce que l'on conserve l'hypothèse des trajectoires électroniques rectilignes en régime statique.

I. THÉORIE SIMPLIFIÉE.

1.1. La figure 1 représente schématiquement un tube « Carcinotron M ». Entre la ligne à retard L et l'électrode S, appelée sole, est appliquée une tension continue V_0, le champ électrique étant dirigé dans le sens ligne-sole.

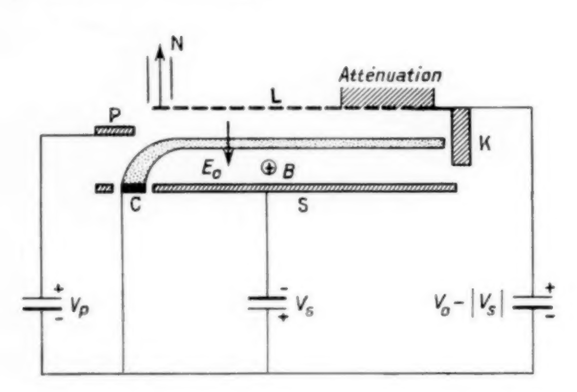


Fig. 1.

Une induction magnétique uniforme B est appliquée perpendiculairement au plan de figure. Le faisceau est produit par une cathode C : les électrons se déplacent parallèlement à la ligne et sont recueillis par un collecteur K. L'énergie H. F. se propage en sens inverse des électrons : elle est prélevée à l'entrée de l'espace d'interaction en N. On suppose que les deux extrémités de la ligne sont parfaitement adaptées.

1.2. Équation de mouvement des électrons.

Le mouvement des électrons est déterminé par l'équation vectorielle

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = e\left[\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \wedge \vec{\mathcal{B}}\right]. \tag{1}$$

où $\vec{\mathcal{E}}$ et $\vec{\mathcal{B}}$ désignent les vecteurs champ électrique et induction magnétique. On admet que, en l'absence de H. F., les trajectoires électroniques sont rectilignes et l'on néglige les effets de la charge d'espace et des composantes H. F. de l'induction magnétique.

Soit $\vec{E}_0$ le champ électrique continu appliqué dans l'espace d'interaction; E_x, E_z les composantes du champ H. F.; $\vec{B}$ l'induction magnétique continue.

L'équation vectorielle de mouvement donne par projection sur les axes de coordonnées, définis sur la figure 2, les deux relations :

$$\frac{dv_z}{dt} = -\eta_1 E_z + \omega_r v_x, \tag{2}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\eta_1 E_x + \eta_1 |E_0| - \omega_r v_z, \tag{3}$$

où l'on a posé

$$\eta_1 = \left|\frac{e}{m}\right|, \qquad \omega_r = \left|\frac{e}{m}B\right|.$$

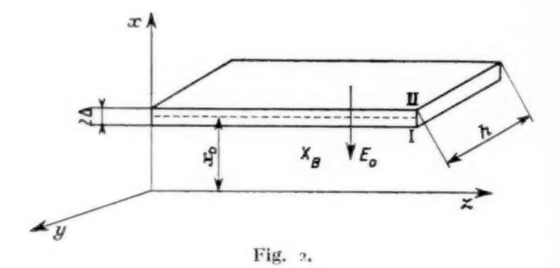


Fig. 2.

La vitesse des électrons, en l'absence de H. F. est parallèle à l'axe Oz et a pour valeur

$$v_0 = \left|\frac{E_0}{B}\right|. \tag{4}$$

Le mouvement des électrons dans le champ électrique de haute fréquence est analysé par rapport à un trièdre intermédiaire, d'axes parallèles aux axes fixes définis plus haut et dont l'origine coïncide avec la position de l'électron en régime statique.

En désignant par v'_x et v'_z les vitesses de l'électron dans ce mouvement relatif, on a

$$v_z = v_0 + v'_z, \tag{5}$$

$$v_x = v'_x. \tag{6}$$

Une intégration par rapport au temps des vitesses relatives donnera les expressions des écarts de position, δ_x et δ_z, de l'électron en régime H. F. et en régime statique, expressions qui interviennent dans la relation d'échange d'énergie entre le faisceau et le champ électrique guidé par la ligne.

Avec ces notations, les équations de mouvement s'écrivent

$$\frac{dv'_z}{dt} = -\eta_1 E_z + \omega_r v'_x, \tag{7}$$

$$\frac{dv'_x}{dt} = -\eta_1 E_x - \omega_r v'_z. \tag{8}$$

Par ailleurs, on a la relation suivante appliquée à une fonction scalaire U :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \vec{v}\,.\,\overrightarrow{\text{grad}}\,U. \tag{9}$$

On néglige les produits de perturbations dans l'évaluation du terme $\vec{v}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,U$.

$$\frac{d}{dt}(v'_z) = \frac{\partial v'_z}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z}(v'_z) \tag{10}$$

Il vient en supposant que, par rapport aux axes fixes, la fonction v'_z est liée au temps et à la coordonnée z par le facteur exponentiel $e^{j(\omega t - \Gamma z)}$.

$$\frac{d}{dt}(v'_z) = j\omega v'_z - j\Gamma v_0 v'_z = j v_0 (K_e - \Gamma) v'_z$$

en posant

$$K_e = \frac{\omega}{v_0}$$

ou encore

$$\frac{d}{dt}(v'_z) = j\zeta v'_z, \tag{11}$$

De même,

$$\frac{d}{dt}(v'_x) = j\zeta v'_x, \tag{12}$$

avec

$$\zeta = v_0(K_e - \Gamma). \tag{13}$$

Les vitesses relatives v'_x et v'_z sont alors données par les relations suivantes :

$$v'_x = \frac{\frac{E_z}{B} - j\frac{\zeta}{\omega_r}\frac{E_x}{B}}{1 - \frac{\zeta^2}{\omega_r^2}}, \tag{14}$$

$$v'_z = \frac{-\frac{E_x}{B} - j\frac{\zeta}{\omega_r}\frac{E_z}{B}}{1 - \frac{\zeta^2}{\omega_r^2}}. \tag{15}$$

En admettant que $\frac{\zeta}{\omega_r}$ est très inférieur à l'unité, on trouve

$$v'_x = \frac{E_z}{B}, \tag{16}$$

$$v'_z = -\frac{E_x}{B}. \tag{17}$$

L'hypothèse qui vient d'être faite revient à considérer que les accélérations sont négligeables et que les électrons se déplacent sur les courbes équipotentielles du champ électrique de haute fréquence.

D'après la relation (9), on déduit des équations précédentes l'expression des écarts de position

$$\delta x = \frac{v'_x}{j\zeta} = \frac{E_z}{j\zeta B}, \tag{18}$$

$$\delta z = \frac{v'_z}{j\zeta} = -\frac{E_x}{j\zeta B}. \tag{19}$$

Le mouvement dans le champ H. F. étant précisé, il faut maintenant exprimer en fonction des variables précédentes qu'il y a interaction entre le faisceau électronique et le champ électrique guidé par la ligne qui peut être considéré avec les hypothèses d'une théorie linéaire comme résultant de la superposition d'un certain nombre d'ondes progressives.

1.3. **Interaction du champ H. F. et du faisceau électronique.**

On écrit que dans une cellule élémentaire de la ligne à retard, entre les plans de coordonnées z et $z + dz$, la variation d'énergie d'une onde progressive est égale à l'énergie cédée par le faisceau à cette onde, soit

$$-2j(\Gamma - \Gamma_0)P = \frac{1}{2}\int_S \vec{E}^*.\vec{i}\,ds. \tag{20}$$

où P est la puissance qui traverse les cellules de la ligne à retard;

Γ, la constante de propagation de l'onde forcée de pulsation ω;

Γ_0, la constante de propagation de l'onde libre de même pulsation;

$\vec{E}$, le vecteur champ électrique de l'onde guidée;

$\vec{i}$, le vecteur densité de courant du faisceau d'électrons;

S, la section du faisceau.

Dans l'équation (20) la densité de courant i doit être déterminée en prenant une valeur négative pour la charge de l'électron. L'énergie et la phase sont supposées se propager en sens contraire.

La composante E_z du champ électrique doit satisfaire à la relation

$$\Delta E_z + \frac{\omega^2}{c^2}E_z = 0. \tag{21}$$

En prenant l'origine de la coordonnée x à la sole et en écrivant que $E_z = 0$ pour $x = 0$, il vient

$$E_z = A\,\mathrm{sh}\sqrt{\Gamma^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}\,x\,e^{j(\omega t - \Gamma z)}, \tag{22}$$

où A désigne une référence d'amplitude.

En supposant le « taux de retard » $\left|\frac{c}{v}\right|$, très supérieur à l'unité — ce qui est vérifié dans les circuits utilisés — on a

$$E_z = A\,\mathrm{sh}\,\Gamma x\,e^{j(\omega t - \Gamma z)}. \tag{23}$$

E_z est la composante de l'harmonique d'espace

en interaction avec le faisceau. La composante du champ total guidé par la ligne est égal à la somme des « harmoniques d'espace », soit

$$E_z = \sum_n A_n \operatorname{sh} \Gamma_n x \, e^{j(\omega t - \Gamma_n z)}$$

Dans la mise en équation de l'interaction entre le faisceau et le champ, on ne retient que l'onde pour laquelle est remplie la condition de synchronisme $\Gamma \# Ke$; l'expression de la composante E_x se déduit de la relation : $\overrightarrow{\text{rot}}\, E = 0$; on a donc

$$E_x = jA \operatorname{ch} \Gamma x \, e^{j(\omega t - \Gamma z)} = j \coth \Gamma x \, E_z \tag{24}$$

On va maintenant calculer l'intégrale $\int_S \vec{E}^* . \vec{i} \, \mathrm{d}s$ qui figure au second membre de l'équation (20).

La composante alternative de la densité en volume dans le faisceau est donnée par l'équation de conservation de la charge électrique

$$\operatorname{div} \rho \vec{v} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

que l'on écrit

$$\operatorname{div} \rho \vec{v} = \rho \operatorname{div} \vec{v} + \vec{v} . \overrightarrow{\text{grad}}\, \rho = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

ou encore, compte tenu de la relation (9),

$$\operatorname{div} \vec{v} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -j \zeta \frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}.$$

D'après les équations de mouvement,

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v'_x}{\partial x} + \frac{\partial v'_z}{\partial z} = \frac{1}{B}\left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right] = -\frac{1}{B}\left(\operatorname{rot} \vec{E}\right)_y.$$

Comme le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire,

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0,$$

$$\tilde{\rho} = 0. \tag{25}$$

On obtient donc ce résultat essentiel : la composante alternative de la densité en volume est nulle dans le faisceau en présence du champ électrique de haute fréquence.

Compte tenu de la relation (25), on a

$$i_z = \rho_0 v'_z + i_0, \tag{26}$$

$$i_x = \rho_0 v'_x \tag{27}$$

et, par suite,

$$\int_S \vec{E}^* . \vec{i} \, \mathrm{d}s = \int_S E_z^* i_0 \, \mathrm{d}s + \rho_0 \int_S E_z^* v'_z \, \mathrm{d}s + \rho_0 \int_S E_x^* v'_x \, \mathrm{d}s. \tag{28}$$

La section S du faisceau n'est pas constante parce que les écarts de position des électrons situés sur le bord inférieur (I) et sur le bord supérieur (II) sont différents. La position de ces électrons marginaux définit l'enveloppe du faisceau. Dans ces conditions, la densité de courant continu intervient parce que dans l'intégrale $\int_S \vec{E}_z . \vec{i}_0 \, \mathrm{d}s$ les limites d'intégration sont des fonctions du champ H. F.

En se plaçant dans l'approximation de la théorie linéaire, on doit seulement retenir dans le calcul des intégrales les termes constants où ne figure pas le facteur $e^{j(\omega t - \Gamma z)}$.

On désigne par 2Δ l'épaisseur et par h la dimension transversale du faisceau.

En remplaçant E_z et i_z par leurs valeurs tirées des relations (23) et (26), les écarts de position des électrons marginaux étant δX_{I} et δX_{II}, on a

$$\begin{aligned} \int_S E_z^* i_0 \, \mathrm{d}s &= \int_S A \operatorname{sh} \Gamma x \, i_0 \, e^{-j(\omega t - \Gamma z)} \, \mathrm{d}s \\ &= \frac{I_0}{2\Delta} \int_{x_0 - \Delta + \delta X_{\text{I}}}^{x_0 + \Delta + \delta X_{\text{II}}} A \, e^{-j(\omega t - \Gamma z)} \operatorname{sh} \Gamma x \, \mathrm{d}x. \end{aligned} \tag{29}$$

En intégrant il vient

$$\begin{aligned} \frac{I_0}{2\Delta} \int_S E_z^* \, \mathrm{d}x &= I_0 E^*_{z_{x = x_0}} \left[\frac{\delta X_{\text{II}} - \delta X_{\text{I}}}{2\Delta} + \frac{1}{E^*_{z_{x = x_0}}} \left(\frac{\partial E_z^*}{\partial x}\right)_{x = x_0} \right. \\ &\qquad \left. \times \left(\frac{\delta X_{\text{I}} + \delta X_{\text{II}}}{2}\right) \right]. \end{aligned} \tag{30}$$

On aurait d'ailleurs obtenu cette relation sans écrire E_z explicitement sous la forme $\operatorname{sh} \Gamma x$, en intégrant par parties $\frac{I_0}{2\Delta} \int_S E_z^* \, \mathrm{d}x$ et en supposant qu'on se limitait aux dérivées premières.

Les deux autres intégrales de l'équation (28) s'évaluent directement avec les approximations de la théorie linéaire; on a

$$\int_S E_z^* v'_z \, \mathrm{d}s = E_z^* I_0 \frac{v'_z}{v_0} \tag{31}$$

et

$$\int_S E_x^* v'_x \, \mathrm{d}s = E_x^* I_0 \frac{v'_x}{v_0} = j E_z^* I_0 \coth \Gamma x_0 \frac{v'_x}{v_0}. \tag{32}$$

Elles peuvent être négligées par rapport à l'intégrale de la relation (30). Celle-ci peut être obtenue d'une autre manière, très directe, qui met clairement en évidence le sens physique des termes qui y figurent.

Pour cela on écrit, comme précédemment,

$$(32)\quad \begin{cases} i_z = i_0 + \rho_0 v'_z = i_0 + \tilde{i}_z, \\ \tilde{i}_x = \rho_0 v'_x, \\ I = S i. \end{cases}$$

Le courant alternatif $\tilde{I}_z$ a pour valeur

$$(34)\quad \tilde{I}_z = S_0 \tilde{i}_z + \tilde{S} i_0.$$

Les termes provenant de $\tilde{i}$ étant négligeables, on a

$$(35)\quad \tilde{I}_z = i_0 \tilde{S} = I_0 \frac{\tilde{S}}{S_0}.$$

La section du faisceau est

$$S = S_0 + \tilde{S} = 2\Delta + (\delta X_{II} - \delta X_I),$$

$$(36)\quad \tilde{S} = \delta X_{II} - \delta X_I.$$

On a donc

$$(37)\quad \tilde{I}_z = I_0 \left(\frac{\delta X_{II} - \delta X_I}{2\Delta} \right).$$

D'autre part, si dans le calcul du champ électrique on admet de se limiter à un développement au premier ordre, $\left(\frac{\partial E_z^*}{\partial x} \right)$ est constant dans l'épaisseur du faisceau et l'on peut considérer que le faisceau est soumis à un champ électrique moyen E_z^* de valeur égale à la valeur moyenne de E_z^* dans le faisceau, c'est-à-dire à la valeur de E_z^* sur l'*axe du faisceau.*

Lorsque les électrons marginaux se déplacent de δX_I et δX_{II}, le déplacement de l'axe du faisceau est

$$\frac{\delta X_I + \delta X_{II}}{2}.$$

Le champ moyen qui agit sur le faisceau vaut donc

$$(38)\quad \begin{aligned} E_z^* &= E^*_{z_{x=x_0}} + \tilde{E}_z^* \\ &= E^*_{z_{x=x_0}} \left[1 + \left(\frac{\partial E_z^*}{\partial x} \right)_{x=x_0} \frac{1}{E^*_{z_{x=x_0}}} \left(\frac{\delta X_I + \delta X_{II}}{2} \right) \right]. \end{aligned}$$

L'intégrale de l'échange d'énergie est

$$(39)\quad \begin{cases} \displaystyle\int_S E_z^* i \,\mathrm{d}s = E^*_{z_{x=x_0}} \tilde{I}_z + \tilde{E}_z^* I_0 \\ \displaystyle\qquad = I_0 \, E^*_{z_{x=x_0}} \left[\frac{\tilde{E}_z^*}{E^*_{z_{x=x_0}}} + \frac{\tilde{I}}{I_0} \right], \\ \displaystyle\int_S E_z^* i \,\mathrm{d}s \\ \displaystyle\qquad = I_0 E^*_{z_{x=x_0}} \left[\left(\frac{\delta X_{II} - \delta X_I}{2\Delta} \right) + \frac{1}{E^*_{z_{x=x_0}}} \left(\frac{\partial E_z^*}{\partial x} \right)_{x=x_0} \frac{\delta X_{II} + \delta X_I}{2} \right]. \end{cases}$$

On obtient la même expression que précédemment, mais on peut interpréter le sens des termes qui figurent dans la relation finale.

Le premier terme traduit l'échange d'énergie qui provient du travail contre le champ $Ez_{x=x_0}$ de la composante alternative du courant, composante due à l'inégalité des écarts de position des électrons marginaux.

Le deuxième terme traduit l'échange d'énergie qui provient du déplacement d'ensemble du faisceau par rapport au champ H. F.

L'équation (20) s'écrit

$$\begin{aligned} 2P(\Gamma - \Gamma_0) &= \frac{j}{2} \int_S \vec{E}^* \vec{i} \,\mathrm{d}s \\ &= \frac{j}{2} I_0 E^*_{z_{x=x_0}} \left[\frac{\delta X_{II} - \delta X_I}{2\Delta} + \frac{1}{E^*_{z_{x=x_0}}} \left(\frac{\partial E_z^*}{\partial x} \right)_{x=x_0} \frac{\delta X_I + \delta X_{II}}{2} \right]. \end{aligned}$$

D'après l'expression de la composante E_z, on a

$$(40)\quad \frac{1}{E^*_{z_{x=x_0}}} \left(\frac{\partial E_z^*}{\partial x} \right)_{x=x_0} = \Gamma \coth \Gamma x_0.$$

Entre la puissance P qui circule dans la ligne, la composante E_z et la résistance de couplage R_c, on a la relation

$$(41)\quad P = \frac{E_z E_z^*}{2\Gamma_0^2 R_c}.$$

Finalement, on aboutit à l'équation

$$(42)\quad \begin{aligned} (\Gamma - \Gamma_0) &= \frac{j}{2} \frac{I_0}{E_{z_{x=x_0}}} \Gamma_0^2 R_c \left[\frac{\delta X_{II} - \delta X_I}{2\Delta} + \Gamma \coth \Gamma x_0 \left(\frac{\delta X_I + \delta X_{II}}{2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Les expressions δX_I et δX_{II} se déduisent de la relation (18).

On a

$$\begin{aligned} \delta X_I = \frac{E_{z_I}}{j\zeta B} &= \frac{A \,\text{sh}\, \Gamma (x_0 - \Delta) \, e^{j(\omega t - \Gamma z)}}{j\zeta B} \\ &= \frac{A \,\text{sh}\, \Gamma x_0}{j\zeta B} [\text{ch}\, \Gamma\Delta - \coth \Gamma x_0 \,\text{sh}\, \Gamma\Delta] \, e^{j(\omega t - \Gamma z)}. \end{aligned}$$

On pose $\coth \Gamma x_0 = K$ et l'on suppose que le faisceau est très mince, c'est-à-dire que l'on a

$$\text{ch}\, \Gamma\Delta \# 1, \qquad \text{sh}\, \Gamma\Delta \# \Gamma\Delta.$$

Il vient

$$(43)\quad \delta X_I = \frac{E_{z_{x=x_0}}}{j\zeta B} (1 - K \Gamma\Delta),$$

$$(44)\quad \delta X_{II} = \frac{E_{z_{x=x_0}}}{j\zeta B} (1 + K \Gamma\Delta).$$

Par suite,

$$(45)\qquad \left(\frac{\delta\Gamma_{II}-\delta\Gamma_{I}}{2\Delta}\right)=\frac{E_{z_{x-x_0}}}{j\zeta B}K\Gamma$$

et

$$(46)\qquad \left(\frac{\delta\Gamma_{II}+\delta\Gamma_{I}}{2}\right)=\frac{E_{z_{x-x_0}}}{j\zeta B}.$$

On voit que les deux termes qui figurent entre crochets dans la relation (42) sont égaux. Les deux échanges d'énergie mis en évidence plus haut ont la même valeur.

Compte tenu des relations (45) et (46), l'équation (42) s'écrit

$$(47)\qquad (\Gamma-\Gamma_0)=\frac{K\Gamma I_0\Gamma_0^2R_e}{B}\frac{1}{\zeta}$$

$$=\frac{\Gamma}{K_e}\frac{KK_eI_0\Gamma_0^2R_e}{Bv_0}\frac{1}{(K_e-\Gamma)}.$$

On pose

$$(48)\qquad \gamma_M^2=-\left[\frac{K_eKI_0\Gamma_0^2R_e}{E_0}\right],$$

I_0 étant négatif et il vient, en remarquant que $\frac{\Gamma}{K_e}$ est pratiquement égal à l'unité,

$$(49)\qquad (\Gamma-\Gamma_0)(\Gamma-K_e)=\gamma_M^2.$$

Cette dernière équation détermine, en fonction de Γ_0 et γ_M, les constantes de propagation des deux ondes dont la composition correspond au champ électrique total.

Les conditions aux limites auxquelles doit satisfaire le champ imposent par ailleurs une relation dans le plan complexe entre les racines de l'équation (49), ce qui permet d'obtenir les valeurs de Γ_0 et de γ_M.

Pour exprimer les conditions aux limites, on écrit d'une part que le champ électrique total est nul à l'extrémité de la ligne active, en $z=L$, là où commence l'atténuation (à l'accrochage des oscillations le mécanisme de réaction interne fait correspondre, à un champ nul en $z=L$, un champ d'amplitude infiniment petite mais différente de zéro en $z=0$). D'autre part que le courant alternatif est nul à l'entrée des électrons dans l'espace d'interaction, en $z=0$.

On suppose en plus, ici, que la ligne n'a pas de pertes. La constante de propagation de l'onde libre est réelle; on pose

$$(50)\qquad \Gamma_0=K_0.$$

Comme Γ est très peu différent de K_e, on admettra que l'on peut écrire $\mathrm{sh}\,\Gamma x \neq \mathrm{sh}\,K_e x$.

Soit A_1 et A_2 les références d'amplitude des deux ondes, Γ_1 et Γ_2, les constantes de propagation; la relation qui traduit la première condition est

$$(51)\qquad A_1e^{-j\Gamma_1L}+A_2e^{-j\Gamma_2L}=0$$

et la relation qui traduit la deuxième condition

$$(52)\qquad \frac{A_1}{K_e-\Gamma_1}+\frac{A_2}{K_e-\Gamma_2}=0.$$

Les équations précédentes sont compatibles lorsque le déterminant des coefficients est nul

$$\begin{vmatrix}\frac{1}{K_e-\Gamma_1} & \frac{1}{K_e-\Gamma_2}\\ e^{-j\Gamma_1L} & e^{-j\Gamma_2L}\end{vmatrix}=0.$$

Soit

$$(53)\qquad (\Gamma_2-K_e)e^{-j\Gamma_2L}-(\Gamma_1-K_e)e^{-j\Gamma_1L}=0.$$

Les constantes de propagation Γ_1 et Γ_2 étant, d'après l'équation (49),

$$(54)\qquad \Gamma_{1,2}=+\frac{K_0+K_e}{2}\pm\sqrt{\gamma_M^2+\frac{1}{4}(K_0-K_e)^2}.$$

On pose

$$(55)\qquad (\Gamma-K_e)L=\varepsilon,$$

$$(56)\qquad (K_e-K_0)L=\theta,$$

$$(57)\qquad \gamma_ML=\eta.$$

Les racines de l'équation (54) s'écrivent alors

$$(58)\qquad \varepsilon_{1,2}=-\frac{\theta}{2}\pm\sqrt{\eta^2+\frac{\theta^2}{4}}$$

et la relation déduite des conditions aux limites est

$$(59)\qquad \varepsilon_1e^{-j\varepsilon_1}=\varepsilon_2e^{-j\varepsilon_2}.$$

L'équation qui détermine les constantes de propagation ayant des coefficients réels, les racines sont réelles ou complexes conjuguées. Des racines complexes conjuguées ne permettent pas de satisfaire à la relation (59). Les racines ε_1 et ε_2 sont donc réelles et comme le courant d'accrochage doit ne pas être nul, la seule solution est

$$(60)\qquad \varepsilon_1=-\varepsilon_2=\pm\eta.$$

$$(61)\qquad \varepsilon_2-\varepsilon_1=\pi+2n\pi,$$

$$(62)\qquad \theta=0.$$

Soit

$$(63)\qquad \Gamma_{1,2}=K_e\pm\frac{\eta}{L}=K_e\pm\gamma_M.$$

$$\gamma_M L = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad (^2), \tag{64}$$

$$K_0 = K_e, \tag{65}$$

$$A_1 = A_2. \tag{66}$$

Le facteur n, entier positif, dans l'équation (64) montre qu'il existe une suite discrète de modes d'oscillations susceptibles d'être excités de façon indépendante. D'après (65), on voit que les différents modes ont la même fréquence d'oscillation.

On appelle mode fondamental d'oscillation le mode qui correspond à $n = 0$; modes supérieurs d'oscillation, les modes qui correspondent à $n \neq 0$. Les intensités du courant d'accrochage des modes supérieurs et du mode fondamental sont liées par la relation

$$I_n = I_F(2n+1)^2.$$

Les composantes du champ électrique total s'obtiennent en prenant la somme des composantes des deux ondes de constantes de propagation Γ_1 et Γ_2.

La composante E_z du champ total est donnée par l'expression

$$E_z = A_1 \operatorname{sh} K_e x_0 \, e^{j(\omega t - \Gamma_1 z)} + A_2 \operatorname{sh} K_e x_0 \, e^{j(\omega t - \Gamma_2 z)} \tag{67}$$

D'après l'équation (66), $A_1 = A_2$.

On a donc :

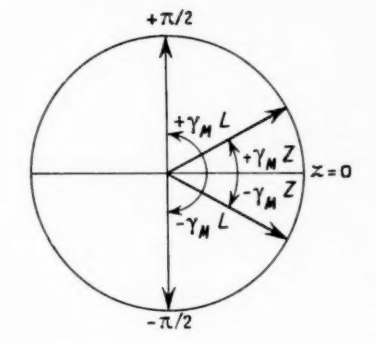
$$E_{z_{x=x_0}} = 2A \operatorname{sh} K_e x_0 \, e^{j(\omega t - K_e z)} \cos \gamma_M z.$$

Le champ électrique total a une vitesse de phase égale à la vitesse des électrons et son amplitude varie comme $\cos \gamma_M z$.

On déduit de la relation précédente que E_z s'annule en un seul point de la ligne pour le mode fondamental ($n = 0$), en $z = L$ (*fig.* 3), et en $(n + 1)$ points de la ligne pour les modes supérieurs.

Pour $n = 1$, le champ électrique total est nul en $z = L$, $z = \frac{L}{3}$ (*fig.* 4); pour $n = 2$, le champ électrique total est nul en $z = L$, $z = \frac{3}{5}L$, $z = \frac{L}{5}$, ...

De plus, l'expression de l'écart de position δx d'un



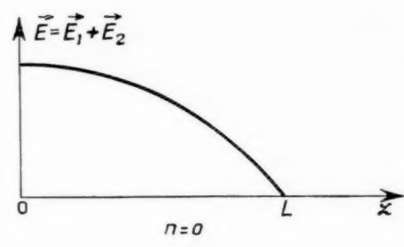
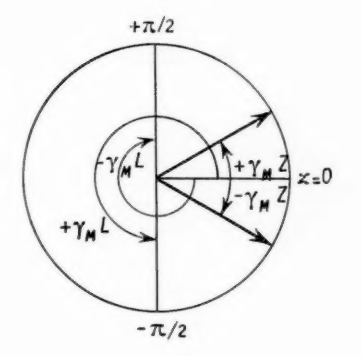


Fig. 3.



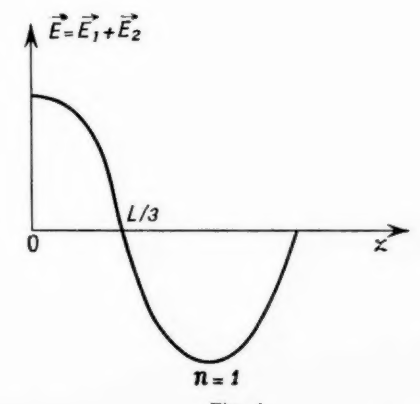


Fig. 4.

---

(2) Dans l'article cité sous la référence [4], p. 415, relation (6), il faut lire

$$\gamma_M l = \frac{\pi}{2} + n\pi.$$

au lieu de

$$\gamma_M l = \frac{\pi}{2} + 2n\pi.$$

De même, page 415, relation (7) et page 416, relation (9), lire $n\pi$ au lieu de $2n\pi$.

électron est d'après la relation (18)

$$\delta x = \frac{E_z}{j\zeta B} = \frac{2A \operatorname{sh} K_e x_0}{\gamma u E_0} e^{j(\omega t - \Gamma z)} \sin \gamma u z.$$

Pour $n = 0$, l'écart de position δx d'un électron donné a un signe déterminé lorsque l'électron parcourt la ligne. Pour $n \neq 0$, δx change n fois de sens. Il y a ainsi, pour les modes supérieurs d'oscillation, *échange alterné d'énergie potentielle* entre le faisceau électronique et le champ.

L'expression du courant alternatif transporté par le faisceau est

$$(68)\quad \tilde{I} = I_0\left(\frac{\delta X_{II} - \delta X_I}{2\Delta}\right) = \frac{2 I_0 \Gamma}{\gamma u E_0} A \operatorname{ch} K_e x_0 e^{j(\omega t - K_e z)} \sin \gamma u z.$$

Le courant total est en phase avec le champ total et son amplitude varie comme le facteur $\sin \gamma u z$.

En résumé : Avec les hypothèses de la théorie simplifiée, le fonctionnement du tube est le suivant :

Le faisceau rectiligne d'électrons de vitesse v_0 est en interaction avec un champ électrique qui provient de la composition de deux ondes progressives de même amplitude qui ne sont ni amplifiées, ni atténuées et dont les constantes de propagation Γ_1 et Γ_2 sont données par la relation

$$\Gamma_{1,2} = K_e \pm \gamma u.$$

En $z = 0$, à l'entrée des électrons dans l'espace d'interaction, ces deux ondes sont en phase. Par rapport à un électron donné, l'une des ondes progressives se déphase progressivement le long de la ligne de l'angle $\frac{\pi}{2} + n\pi$. L'autre onde se déphase de l'angle $-\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right)$. Le battement des deux ondes qui représente le champ électrique guidé par la ligne est donc constamment en phase avec les électrons.

Lorsque l'indice n est nul, ce champ total est nul en $z = L$ (les vecteurs qui représentent les deux ondes progressives sont en opposition, ayant tourné d'un angle $\gamma u L$, soit $\frac{\pi}{2}$, par rapport à leur phase d'origine) (*fig.* 3).

Lorsque l'indice n est égal à 1, le champ total est nul en $z = \frac{L}{3}$ et en $z = L$ (*fig.* 4), etc.

Le courant alternatif I_1 dû à l'onde E_1 est en quadrature avec E_1. De même, le courant alternatif I_2, est en quadrature avec l'onde E_2. Mais le courant total $(I_1 + I_2)$ est en phase avec le champ total $(E_1 + E_2)$.

La différence entre les constantes de propagation et la constante de phase des électrons K_e, égale à γu, est proportionnelle à la racine carrée du courant continu transporté par le faisceau.

Pour le mode fondamental, la condition d'accrochage est donnée par la relation

$$\gamma u L = \frac{\pi}{2}.$$

Pour les modes supérieurs,

$$\gamma u L = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

Ces modes proviennent de la possibilité d'échange alterné d'énergie potentielle entre le faisceau et l'onde guidée.

L'application à un cas réel de la formule (63) montre que les constantes de propagation diffèrent très peu de K_e.

Pour le tube CSF « Carcinotron M », CM 710, lorsque la fréquence varie de 2 500 à 3 100 Mc/s, la tension appliquée entre la ligne et la sole varie de 3 050 à 5 000 V.

K_e évalué dans le système M. K. S. rationalisé varie de 1200 à 1000 environ. La longueur de la ligne active étant de 0,15 m, on a

$$\gamma u = \frac{\pi}{2L} = 10,4.$$

Donc, pour le mode fondamental, les constantes de propagation et K_e diffèrent d'environ 1 %.

D'après les relations (48) et (64), on calcule que l'intensité du courant d'accrochage doit être de 300 mA pour une fréquence de 2 500 Mc/s et de 260 mA pour 3100 Mc/s. On observe expérimentalement que le courant d'accrochage varie de 30 à 40 mA pour les fréquences basses à une centaine de milliampères pour les fréquences élevées.

De plus, des oscillations ayant une fréquence différente de celle du mode fondamental apparaissent pour les tensions d'accélération assez basses lorsque l'intensité du courant du faisceau est environ cinq fois l'intensité du courant d'accrochage du mode fondamental.

La théorie simplifiée prévoit seulement la possibilité d'excitation d'une oscillation de même fréquence, d'après la relation (65) $K_0 = K_e$ ou de fréquence très voisine, si l'on conserve le terme $\frac{\Gamma}{K_e}$ dans l'équation (49), pour une intensité qui vaut neuf fois l'intensité du courant d'accrochage du

mode fondamental ([3]). L'écart de fréquence mesuré sur les tubes réels est d'environ 2 %.

La théorie simplifiée ne donne donc pas des résultats en accord avec l'expérience.

2. — ÉTUDE DE L'INTERACTION EN CHAMPS CROISÉS D'UN FAISCEAU ÉLECTRONIQUE RECTILIGNE ET D'UNE ONDE PROGRESSIVE COMPTE TENU DES CHAMPS DE CHARGE D'ESPACE.

2.1. Les hypothèses sont les suivantes : On admet que la densité en volume dans le faisceau est constante en l'absence de H. F. et que les trajectoires des électrons sont rectilignes.

L'effet des composantes H. F. de l'induction magnétique est négligé : le champ électrique dérive donc encore d'un potentiel scalaire. Les forces de charge d'espace qui s'exercent parallèlement à la direction du champ magnétique sont négligées.

2.2. **Équation de mouvement des électrons.**

Comme précédemment, on a

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = e\left[\vec{\mathcal{E}} + \vec{v} \wedge \vec{\mathcal{B}}\right].$$

Les trajectoires des électrons, en l'absence de champ H. F. étant rectilignes, le champ de charge d'espace statique a une seule composante de même sens que E_0 que l'on désignera par $E_{x\,\text{ch. st.}}$.

Pour déterminer cette composante, on écrit la relation de conservation de la charge électrique

$$\text{(69)} \qquad \operatorname{div} \vec{E}_{\text{ch. st.}} = \frac{\partial}{\partial x} E_{x\,\text{ch. st.}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} E_{x\,\text{ch. st.}} = -\frac{|\rho_0|}{\varepsilon_0},$$

soit

$$\text{(70)} \qquad E_{x\,\text{ch. st.}} = -\frac{|\rho_0|}{\varepsilon_0}x + \text{const.}$$

On désigne par E_{00} la valeur du champ total sur l'axe du faisceau et par X_0 la cote d'un point par rapport à l'axe du faisceau en régime statique. La composante $E_{x\,\text{st.}}$ du champ électrique total est donnée par l'expression

$$\text{(71)} \qquad |E_{x\,\text{st.}}| = |E_{00}| + \frac{|\rho_0|}{\varepsilon_0}X_0.$$

On en déduit la vitesse d'entraînement des électrons $v_{z\,\text{st.}}$

$$\text{(72)} \qquad v_{z\,\text{st.}} = \left|\frac{E_{x\,\text{st.}}}{B}\right| = \frac{|E_{00}| + \dfrac{|\rho_0|}{\varepsilon_0}X_0}{|B|} = v_{00} + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}X_0$$

en posant

$$\Omega_0^2 = \left|\frac{e}{m}\,\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\right|.$$

D'après la relation précédente, la vitesse d'entraînement est une fonction linéaire de la cote de l'électron et elle croît dans le sens sole-ligne.

L'énergie cinétique des électrons dépend donc de la coordonnée X_0. Si le faisceau est issu d'une surface équipotentielle et si les électrons n'ont pas échangé entre eux d'énergie, dans l'espace d'interaction la différence d'énergie potentielle entre deux électrons doit être égale à la différence d'énergie cinétique au signe près.

Pour deux électrons de cotes X_0 et $X_0 + \delta X_0$, l'écart d'énergie potentielle est

$$\text{(73)} \qquad \Delta E_p = \int_{X_0}^{X_0+\delta X_0}\left(|E_{00}| + \frac{|\rho_0|}{\varepsilon_0}X_0\right)\mathrm{d}X_0 = m\left[|E_{00}|\frac{e}{m} + \Omega_0^2 X_0\right]\delta X_0.$$

Cet écart d'énergie potentielle doit être égal en valeur absolue à l'écart d'énergie cinétique

$$\text{(74)} \qquad \Delta E_c = \frac{1}{2}m\left\{\left[v_{00} + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}(X_0 + \delta X_0)\right]^2 - \left(v_{00} + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}X_0\right)^2\right\} = m\left[\frac{e}{m}|E_{00}|\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2} + \frac{\Omega_0^4}{\omega_r^2}X_0\right]\delta X_0.$$

Cette condition n'est remplie que lorsque la relation dite de « Brillouin » [18] est satisfaite

$$\text{(75)} \qquad \Omega_0^2 = \omega_r^2.$$

Dans les tubes du type « Carcinotron M », à l'accrochage des oscillations, en général Ω_0 est nettement inférieur à ω_r, au moins pour le mode fondamental. Les trajectoires électroniques ne sont pas strictement rectilignes.

Le cas du faisceau rectiligne, qui est traité ici, correspond donc à une hypothèse qui n'est pas vérifiée exactement en pratique.

A priori on ne sait pas si ce désaccord entraîne des modifications essentielles dans le mécanisme de l'interaction. On peut donc essayer de développer la théorie avec cette hypothèse, quitte à reprendre l'étude si les résultats ne sont pas davantage en

---

([3]) La théorie linéaire s'applique au cas d'oscillations excitées indépendemment et non à la superposition d'une oscillation fondamentale donnant un signal de grande amplitude et d'une oscillation d'ordre supérieur au voisinage de l'accrochage. Pour que les résultats établis par une théorie linéaire puissent être utilisés, il faut que la superposition des modes ne modifie pas profondément les caractéristiques de l'oscillation d'ordre supérieur.

accord avec l'expérience que ceux de la théorie simplifiée.

L'équation vectorielle de mouvement donne par projection sur les axes

$$\frac{dv_z}{dt} = -\eta E_z + \omega_r v_x, \tag{76}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\eta E_x + \eta\,|E_{x\,\mathrm{st.}}| - \omega_r v_z, \tag{77}$$

où E_x et E_z désignent la somme des composantes du champ de la ligne et du champ alternatif de charge d'espace.

Pour mettre en évidence, comme précédemment, les écarts de position entre le régime statique et le régime H. F., on analyse le mouvement des électrons par rapport à un trièdre de coordonnées dont l'origine coïncide avec la position de l'électron en l'absence de champ H. F.

Le déplacement des axes de coordonnées est ainsi défini pour un électron de cote initiale X_0 par les relations

$$v_{z\,\mathrm{st.}} = v_{00} + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r} X_0, \tag{78}$$

$$v_{x\,\mathrm{st.}} = 0 \tag{79}$$

et l'on pose

$$v_z = v_{z\,\mathrm{st.}} + v'_z, \tag{80}$$

$$v_x = v'_x. \tag{81}$$

Si l'on considère le mouvement d'un électron qui, en présence de H. F., se trouve à la cote X, telle que $X = X_0 + \delta x$, la vitesse du trièdre mobile, définie par la relation (78) est

$$v_{z\,\mathrm{st.}} = v_{00} + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}(X - \delta x). \tag{82}$$

C'est ainsi que pour la cote $X = 0$ qui correspond à la position de l'axe du faisceau en régime statique, la vitesse des électrons en présence de H. F. est prise par rapport à un trièdre de coordonnées entraînée à la vitesse

$$v_{z\,\mathrm{st.}} = v_{00} - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}\delta x; \tag{83}$$

$v_{z\,\mathrm{st.}}$ est une fonction de δx pour des électrons qui dans le champ de haute fréquence ont la même cote X.

Par ailleurs, on a comme précédemment la relation

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \vec{v}.\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,U \tag{84}$$

qui conduit aux expressions

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}v_z &= \frac{d}{dt}(v_{z\,\mathrm{st.}} + v'_z) \\ &= \frac{\partial}{\partial t}(v'_z) - j\Gamma v'_z\left(v_{00} + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}X_0\right) = j\zeta v'_z, \\ \frac{d}{dt}v'_x &= j\zeta v'_x\end{aligned} \tag{85}$$

en posant

$$\zeta = v_{00}\left[K'_e - \Gamma - \frac{\Gamma}{v_{00}}\frac{\Omega_0^2}{\omega_r}X_0\right], \tag{86}$$

avec

$$K'_e = \frac{\omega}{v_{00}}$$

ou encore

$$\zeta = \zeta_0 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}\Gamma X_0, \tag{87}$$

ζ_0 désignant la valeur de ζ pour $X_0 = 0$.

Les équations de mouvement s'écrivent

$$\frac{dv_z}{dt} = j\zeta v'_z = -\eta E_z + \omega_r v'_x, \tag{88}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = j\zeta v'_x = -\eta E_x + \eta\,|E_{x\,\mathrm{st.}}| - \omega_r(v'_z + v_{z\,\mathrm{st.}}). \tag{89}$$

En un point de coordonnées $X = X_0 + \delta x$, le champ $E_{x\,\mathrm{st.}}$ a pour expression

$$\begin{aligned}|E_{x\,\mathrm{st.}}| &= E_{00} + \frac{|\rho_0|}{\varepsilon_0}(X_0 + \delta x) \\ &= E_{00} + \frac{\Omega_0^2}{\eta}X_0 + \frac{\Omega_0^2}{\eta}\delta x.\end{aligned}$$

L'équation (89) s'écrit donc

$$j\zeta v'_x = -\eta E_x + \Omega_0^2\,\delta x - \omega_r v'_z. \tag{90}$$

En résolvant le système des équations (88) et (90), on détermine les vitesses v'_x et v'_z

$$v'_x = \frac{\dfrac{E_z}{B} - j\dfrac{\zeta}{\omega_r}\dfrac{E_x}{B}}{1 - \dfrac{\Omega_0^2}{\omega_r^2} - \dfrac{\zeta^2}{\omega_r^2}}, \tag{91}$$

$$v'_z = \frac{-\dfrac{E_x}{B} - j\dfrac{E_z}{B}\dfrac{\Omega_0^2}{\zeta\omega_r} - j\dfrac{\zeta}{\omega_r}\dfrac{E_z}{B}}{1 - \dfrac{\Omega_0^2}{\omega_r^2} - \dfrac{\zeta^2}{\omega_r^2}}. \tag{92}$$

On suppose comme dans la théorie simplifiée que $\dfrac{\zeta}{\omega_r}$ est très inférieur à l'unité.

Les équations précédentes se réduisent alors à

$$v'_x = \frac{E_z}{B\left(1 - \dfrac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)}, \tag{93}$$

$$v'_z = \frac{-E_x - jE_z\dfrac{\Omega_0^2}{\zeta\omega_r}}{B\left(1 - \dfrac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)}, \tag{94}$$

et, compte tenu de la relation (87), on a pour l'écart de position δx l'expression

$$(95)\qquad \delta x = \frac{v'_x}{j\zeta} = \frac{E_z}{jB\left(1-\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)\left(\zeta_0-\frac{\Omega_0^2}{\omega_r}\Gamma X_0\right)}.$$

2.3. Interaction du champ H. F. et du faisceau électronique.

Dans une cellule élémentaire de la ligne à retard, la variation d'énergie d'une onde progressive guidée par la ligne est égale à l'énergie cédée par le faisceau, c'est-à-dire au travail des électrons contre le champ de la ligne $\vec{E}^*_L$ (le champ de charge d'espace intervient dans le calcul de $\vec{i}$)

$$(96)\qquad -2j(\Gamma-\Gamma_0)P = \frac{1}{2}\int_S \vec{E}^*_L.\vec{i}\,\mathrm{d}s.$$

Les composantes du champ de la ligne sont données par les mêmes expressions que précédemment

$$E_{zL} = A\,\mathrm{sh}\,\Gamma x\, e^{j(\omega t-\Gamma z)},$$
$$E_{xL} = jA\,\mathrm{ch}\,\Gamma x\, e^{j(\omega t-\Gamma z)}.$$

La composante alternative de la densité en volume est déterminée par la relation

$$\mathrm{div}\,\zeta\vec{v} = -\frac{\partial\rho}{\partial t},$$

soit, comme précédemment,

$$\mathrm{div}\,\vec{v} = -j\zeta\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}.$$

Le calcul de $\mathrm{div}\,\vec{v}$ doit être effectué pour une valeur de la variable X comprise à l'intérieur des limites du faisceau. On a

$$(97)\qquad \mathrm{div}\,\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial v'_x}{\partial x}+\frac{\partial v'_z}{\partial z}+\frac{\partial v_{z\,\mathrm{st.}}}{\partial z}.$$

Avec le changement d'axes de coordonnées qui a été fait, on a

$$v_{z\,\mathrm{st.}} = v_{00}+\frac{\Omega_0^2}{\omega_r}(X-\delta x),$$

d'où

$$(98)\qquad \frac{\partial v_{z\,\mathrm{st.}}}{\partial z} = j\Gamma\frac{\Omega_0^2}{\omega_r}\delta x = \frac{\Gamma\Omega_0^2}{\zeta\omega_r}\,\frac{E_z}{B\left(1-\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)}.$$

D'autre part, d'après les équations (93) et (94), compte tenu des hypothèses de la théorie linéiare, (les produits de perturbations sont négligeables)

$$(99)\qquad \frac{\partial}{\partial x}(v'_x)+\frac{\partial}{\partial z}(v'_z) = -\frac{1}{B\left(1-\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)}\left[\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,E\right]_y-\frac{\Gamma\Omega_0^2E_z}{\zeta\omega_rB\left(1-\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)}.$$

Comme on a admis que le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire, $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,E_y$ est nul et l'on trouve

$$(100)\qquad \mathrm{div}\,\vec{v} = 0,$$
$$(101)\qquad \tilde{\rho} = 0.$$

La composante alternative de la densité en volume est nulle dans le faisceau en présence du champ électrique de haute fréquence.

On va maintenant évaluer l'intégrale $\int_S \vec{E}^*_L.\vec{i}\,\mathrm{d}s$ qui figure au second membre de la relation d'échange d'énergie (96).

Les composantes du vecteur densité de courant sont

$$(102)\qquad i_z = \rho_0(v_{z\,\mathrm{st.}}+v'_z) = \rho_0v'_z+\rho_0v_{00}+\rho_0\frac{\Omega_0^2}{\omega_r}(X-\delta x),$$
$$(103)\qquad i_x = \rho_0 v'_x.$$

L'intégrale précédente se décompose en la somme des intégrales suivantes :

$$(104)\qquad \int_S \vec{E}^*_L.\vec{i}\,\mathrm{d}s = \int_S E^*_{zL}\rho_0v_{00}\,\mathrm{d}s + \int_S E^*_{zL}\rho_0\frac{\Omega_0^2}{\omega_r}(X-\delta x)\,\mathrm{d}s + \rho_0\int_S E^*_{zL}v'_z\,\mathrm{d}s+\rho_0\int_S E^*_{zL}v'_x\,\mathrm{d}s.$$

La première intégrale s'écrit

$$(105)\qquad \int_S E^*_{zL}\rho_0v_{00}\,\mathrm{d}s = \frac{I_0}{2\Delta}\int_S E^*_{zL}\,dx,$$

expression qui a déjà été calculée. On a trouvé

$$(106)\qquad \frac{I_0}{2\Delta}\int_S E^*_{zL}\,\mathrm{d}x = I_0E^*_{zL_{x=x_0}}\times\left[\frac{\delta X_{II}-\delta X_I}{2\Delta}+\frac{1}{E^*_{zL_{x=x_0}}}\left(\frac{\partial E^*_{zL}}{\partial x}\right)_{x=x_0}\frac{\delta X_I+\delta X_{II}}{2}\right].$$

Les autres intégrales peuvent être négligées.

L'équation qui traduit l'échange d'énergie a ainsi la même forme que dans le cas de la théorie simplifiée, mais les écarts de position δX_I et δX_{II} sont fonction à la fois du champ de la ligne et du

champ de charge d'espace. La puissance P qui circule dans la ligne ayant pour expression

$$P = \frac{E_{zL}}{2\Gamma_0^2}\frac{E_{zL}^*}{R_c}$$

il vient :

$$(107)\quad (\Gamma - \Gamma_0) = \frac{j}{2}\frac{I_0\Gamma_0^2 R_c}{E_{zL_{x=x_0}}}\left[\left(\frac{\delta X_{II} - \delta X_I}{2\Delta}\right) + \Gamma \coth \Gamma x_0 \left(\frac{\delta X_I + \delta X_{II}}{2}\right)\right].$$

Soit $\varphi_c e^{j\omega t - \Gamma z}$ le potentiel alternatif de charge d'espace : la composante $E_{z\,ch.}$ de ce champ a pour valeur

$$E_{z\,ch.} = -\frac{d\varphi_c}{dz} = j\Gamma\varphi_c e^{j\omega t - \Gamma z}.$$

Les écarts de position δX_I et δX_{II} sont donnés par les deux relations

$$(108)\quad \delta X_I = \frac{E_{zI}}{j\zeta_I B\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)} = \frac{E_{zLI} + j\Gamma\varphi_{cI}}{j\zeta_I B\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)},$$

$$(109)\quad \delta X_{II} = \frac{E_{zII}}{j\zeta_{II} B\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)} = \frac{E_{zLII} + j\Gamma\varphi_{cII}}{j\zeta_{II} B\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)},$$

le facteur exponentiel $e^{j\omega t - \Gamma z}$ étant sous-entendu.

Il reste maintenant à trouver l'expression du potentiel de charge d'espace φ_c.

Ce potentiel est produit par les charges qui proviennent des déformations des bords du faisceau représentées par les termes δX_I et δX_{II}. Il satisfait à l'équation

$$(110)\quad \Delta\varphi_c - \frac{\omega^2}{c^2}\varphi_c = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0.$$

Pour des « taux de retard » très supérieurs à l'unité, l'équation précédente s'écrit

$$(111)\quad \frac{d^2\varphi_c}{dx^2} - \Gamma^2\varphi_c = 0$$

et la solution est de la forme

$$(112)\quad \varphi_c = \text{const.}\, e^{-\Gamma X} + \text{const.}\, e^{\Gamma X}.$$

Pour déterminer le potentiel à l'intérieur du faisceau et à l'extérieur — d'une part entre la sole et le bord inférieur du faisceau, d'autre part entre la ligne et le bord supérieur du faisceau — il faut déterminer six constantes, donc disposer de six équations.

Les conditions aux limites sur la ligne et sur la sole — supposées constituées par des électrodes planes — en fournissent deux. On écrit que la composante $E_{z\,ch.}$ est nulle sur la ligne et sur la sole.

La condition de continuité du potentiel entre les trois zones fournit deux autres équations.

Enfin les déformations des bords du faisceau sont assimilées à des distributions de masses superficielles de densité

$$(113)\quad \sigma = \rho_0\,\delta x.$$

d'où les deux dernières équations nécessaires.

La partie principale du potentiel de charge d'espace à l'intérieur du faisceau peut être obtenue d'une manière plus simple. En effet, on sait qu'il est équivalent d'écrire la condition de raccordement du potentiel sur les deux électrodes ligne et sole ($E_{z\,ch.} = 0$) ou de dire qu'il existe une distribution de charges fictives dites « charges images » dont la position par rapport à l'électrode est symétrique de la position des charges vraies. Si l est la distance du bord du faisceau à l'électrode, la distance des charges images est $2l$. Comme le champ dû à ces charges décroît exponentiellement, l'influence des parois qui limitent l'espace d'interaction peut être négligée, en première approximation, dès que la valeur de Γl est supérieure ou égale à 1.

Dans ces conditions, le potentiel φ_c, à l'intérieur du faisceau peut être déterminé soit en écrivant un système de quatre équations, soit plus rapidement en remarquant que le potentiel dû à deux couches de masses superficielles est égal à la somme des potentiels dus à chacune des couches considérée isolément.

On suppose, par exemple, que la déformation du bord inférieur existe d'abord seule. Le potentiel pour $x > x_0 - \Delta$ est de la forme

$$(114)\quad \varphi_I = C\, e^{-\Gamma X}.$$

Il ne contient pas de termes en $e^{+\Gamma X}$ puisqu'il doit être nul pour X grand et positif.

La composante $E_{x\,ch.}$ a pour expression

$$(115)\quad E_{x\,ch.} = -\left(\frac{d\varphi_I}{dx}\right) = +\Gamma C\, e^{-\Gamma X}.$$

Au voisinage de la couche I pour $X = -\Delta$, la composante $E_{x\,ch.}$ a pour valeur $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. On a donc

$$(116)\quad E_{x\,ch._{X=-\Delta}} = \Gamma C\, e^{+\Gamma\Delta} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{|\rho_0|\,\delta X_I}{2\varepsilon_0},$$

d'où le coefficient C

$$C = \frac{|\rho_0|}{2\Gamma\varepsilon_0}\,\delta X_I\, e^{-\Gamma\Delta}$$

et le potentiel φ_I, dû à la distribution de masses

superficielles du bord inférieur du faisceau

$$(117)\qquad \varphi_{\rm I} = \frac{|\rho_0|\,\delta\,\Gamma_{\rm I}}{2\Gamma\varepsilon_0}\,e^{-\Gamma(X+\Delta)}.$$

On trouve de même pour la distribution de masses superficielles du bord supérieur

$$(118)\qquad \varphi_{\rm II} = \frac{-|\rho_0|\,\delta\,\Gamma_{\rm II}}{2\Gamma\varepsilon_0}\,e^{\Gamma(X-\Delta)}.$$

L'expression approchée du potentiel de charge d'espace à l'intérieur du faisceau est donc

$$(119)\qquad \varphi_c = \varphi_{\rm I} + \varphi_{\rm II} = \frac{-|\rho_0|\,e^{-\Gamma\Delta}}{2\Gamma\varepsilon_0}(\delta\,\Gamma_{\rm II}\,e^{+\Gamma X} - \delta\,\Gamma_{\rm I}\,e^{-\Gamma X}).$$

On désigne par $\varphi_{c\rm I}$ le potentiel de charge d'espace pour $X = -\Delta$ (bord inférieur du faisceau) et $\varphi_{c\rm II}$ le potentiel de charge d'espace pour $X = +\Delta$ (bord supérieur du faisceau). On remplace $\delta\,\Gamma_{\rm I}$ et $\delta\,\Gamma_{\rm II}$ par les expressions déjà calculées (108) et (109) et l'on obtient

$$(120)\qquad \varphi_{c\rm II}\left(1 + \frac{\Omega_0^2}{2\omega_r\zeta_{\rm II}}\right) - \varphi_{c\rm I}\left(\frac{\Omega_0^2}{2\omega_r\zeta_{\rm I}}e^{-2\Gamma\Delta}\right) = -\frac{\Omega_0^2}{2j\Gamma\omega_r}\left|\frac{E_{z\,L\rm II}}{\zeta_{\rm II}} - \frac{E_{z\,L\rm I}}{\zeta_{\rm I}}e^{-2\Gamma\Delta}\right|,$$

$$(121)\qquad \varphi_{c\rm II}\left(\frac{\Omega_0^2\,e^{-2\Gamma\Delta}}{2\omega_r\zeta_{\rm II}}\right) + \varphi_{c\rm I}\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{2\omega_r\zeta_{\rm I}}\right) = -\frac{\Omega_0^2}{2j\Gamma\omega_r}\left|\frac{E_{z\,L\rm II}}{\zeta_{\rm II}}e^{-2\Gamma\Delta} - \frac{E_{z\,L\rm I}}{\zeta_{\rm I}}\right|.$$

Si le champ de l'onde progressive qui se propage dans la ligne était nul, les équations précédentes se réduiraient à

$$(122)\qquad \varphi_{c\rm II}\left(1 + \frac{\Omega_0^2}{2\omega_r\zeta_{\rm II}}\right) - \varphi_{c\rm I}\left(\frac{\Omega_0^2}{2\omega_r\zeta_{\rm I}}e^{-2\Gamma\Delta}\right) = 0,$$

$$(123)\qquad \varphi_{c\rm II}\left(\frac{\Omega_0^2}{2\omega_r\zeta_{\rm II}}e^{-2\Gamma\Delta}\right) + \varphi_{c\rm I}\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{2\omega_r\zeta_{\rm II}}\right) = 0.$$

La condition de compatibilité de ces équations, qui est que le déterminant des coefficients soit nul, exprime qu'il existe des ondes de charge d'espace transportées par le faisceau.

La constante de propagation d'une des ondes étant complexe et ayant une partie imaginaire positive, cette onde est amplifiée et le phénomène envisagé est ce que l'on a appelé l'effet « Diocotron » [19], [20].

Le déterminant a pour expression

$$(124)\qquad \left(1 + \frac{\Omega_0^2}{2\zeta_{\rm II}\omega_r}\right)\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{2\zeta_{\rm I}\omega_r}\right) + \frac{\Omega_0^4}{4\zeta_{\rm I}\zeta_{\rm II}\omega_r^2}e^{-4\Gamma\Delta} = 0,$$

soit

$$(125)\qquad 1 + \frac{\Omega_0^4}{4\zeta_{\rm I}\zeta_{\rm II}\omega_r^2}(e^{-4\Gamma\Delta} + 4\Gamma\Delta - 1) = 0.$$

Si l'on admet que $\Gamma\Delta$ est suffisamment petit pour qu'un développement au premier ordre soit valable,

$$(126)\qquad e^{-4\Gamma\Delta} = 1 - 4\Gamma\Delta.$$

Le déterminant est égal à l'unité et il n'y a pas de propagation d'ondes de charge d'espace. Si l'on développe le facteur exponentiel au deuxième ordre, il vient

$$(127)\qquad 1 + \frac{2\Omega_0^4\Gamma^2\Delta^2}{\zeta_{\rm I}\zeta_{\rm II}\omega_r^2} = 0,$$

soit

$$\zeta_{\rm I}\zeta_{\rm II} = -2\alpha^2 v_{00}^2$$

en posant

$$\alpha = \frac{\Omega_0^2\Gamma\Delta}{\omega_r v_{00}}$$

et en remplaçant $\zeta_{\rm I}$ et $\zeta_{\rm II}$ par leurs expressions [rel. (87)]

$$(128)\qquad (\Gamma - h'_e)^2 = -\alpha^2,$$

ce qui met en évidence des ondes de charge d'espace dont les constantes de propagation sont

$$(129)\qquad \Gamma_{1,2} = h'_e \pm j\alpha.$$

On se placera pour la suite du calcul dans l'hypothèse où l'on peut développer le facteur exponentiel au premier ordre. Le déterminant sera donc égal à l'unité et les ondes de charge d'espace n'interviendront pas.

En résolvant les équations (120) et (121) on trouve, avec cette hypothèse, pour le potentiel φ_c au niveau des bords du faisceau les expressions suivantes :

$$(130)\qquad \varphi_{c\rm II} = -\frac{\alpha v_{00}}{j\Gamma\zeta_{\rm I}}E_{z\,L_{x=x_0}}[1 + h - h\Gamma\Delta],$$

$$(131)\qquad \varphi_{c\rm I} = -\frac{\alpha v_{00}}{j\Gamma\zeta_{\rm II}}E_{z\,L_{x=x_0}}[h - 1 - h\Gamma\Delta],$$

d'où l'on déduit

$$(132)\qquad \left(\frac{\delta\,\Gamma_{\rm II} - \delta\,\Gamma_{\rm I}}{2\Delta}\right) = \frac{E_{z\,L_{x=x_0}}\,h\,\Gamma\zeta_0}{j\zeta_{\rm I}\zeta_{\rm II}B\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)}$$

et

$$(133)\qquad \left(\frac{\delta\,\Gamma_{\rm II} + \delta\,\Gamma_{\rm I}}{2}\right) = \frac{E_{z\,L_{x=x_0}}}{j\zeta_{\rm I}\zeta_{\rm II}B\left(1 - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)}[\zeta_0 - \alpha h(1 - 2\Gamma\Delta)].$$

La relation d'échange d'énergie (107) prend alors la forme

$$(134)\qquad (\Gamma - \Gamma_0)(\Gamma - K'_e - \alpha)(\Gamma - K'_e + \alpha) = \gamma_M^2\left[\Gamma - K'_e - \frac{K\,e^{-2\Gamma\Delta}\alpha}{2}\right],$$

où

$$\gamma_M^2 = -\left|\frac{K'_e K I_0 \Gamma_0^2 R_e}{E_0\left(1 - \dfrac{\Omega_0^2}{\omega_p^2}\right)}\right|$$

et diffère seulement du terme correspondant de la théorie simplifiée par le facteur qui se trouve au dénominateur et le remplacement de K_e par K'_e.

Lorsque le paramètre de charge d'espace α est pris égal à zéro, l'équation précédente se réduit à celle établie dans la théorie simplifiée. Le champ électrique guidé par la ligne se compose dans ce cas des deux ondes étudiées précédemment et d'une onde d'amplitude nulle.

Au contraire, lorsque le paramètre α est différent de zéro, le champ électrique guidé par la ligne résulte de la composition de trois ondes progressives d'amplitude finie.

On posera :

$$(135)\qquad (K'_e - K_0)L = \theta,$$

$$(136)\qquad (\Gamma - K'_e)L = \varepsilon,$$

$$(137)\qquad \gamma_M L = \eta,$$

$$(138)\qquad \alpha L = h.$$

L'équation des constantes de propagation s'écrit

$$(139)\qquad \varepsilon^3 + \theta\varepsilon^2 - (\eta^2 + h^2)\varepsilon - \eta^2\frac{hK\,e^{-2\Gamma\Delta}}{2} - h^2\theta = 0.$$

Comme précédemment dans la théorie simplifiée, les conditions aux limites fournissent une relation dans le plan complexe qui, combinée à l'équation précédente, permet de déterminer la fréquence et l'intensité du courant d'accrochage des oscillations.

Puisque l'équation (139) est du troisième degré, il faut trois conditions aux limites.

On écrit :

1° que le champ électrique total est nul à l'extrémité de la ligne active en $z = L$, soit

$$(140)\qquad A_1 e^{-j\varepsilon_1} + A_2 e^{-j\varepsilon_2} + A_3 e^{-j\varepsilon_3} = 0;$$

2° que les potentiels de charge d'espace $\varphi_{e\mathrm{I}}$ et $\varphi_{e\mathrm{II}}$ sont nuls à l'entrée des électrons dans l'espace d'interaction en $z = 0$. Soit

$$(141)\qquad \frac{A_1}{\varepsilon_1 - \alpha} + \frac{A_2}{\varepsilon_2 - \alpha} + \frac{A_3}{\varepsilon_3 - \alpha} = 0,$$

$$(142)\qquad \frac{A_1}{\varepsilon_1 + \alpha} + \frac{A_2}{\varepsilon_2 + \alpha} + \frac{A_3}{\varepsilon_3 + \alpha} = 0.$$

La condition de compatibilité des trois équations précédentes est que le déterminant des coefficients soit nul

$$(143)\qquad \begin{vmatrix} e^{-j\varepsilon_1} & e^{-j\varepsilon_2} & e^{-j\varepsilon_3} \\ \dfrac{1}{\varepsilon_1 - \alpha} & \dfrac{1}{\varepsilon_2 - \alpha} & \dfrac{1}{\varepsilon_3 - \alpha} \\ \dfrac{1}{\varepsilon_1 + \alpha} & \dfrac{1}{\varepsilon_2 + \alpha} & \dfrac{1}{\varepsilon_3 + \alpha} \end{vmatrix} = 0.$$

En développant cette expression, on obtient

$$(144)\qquad \begin{aligned} & e^{-j\varepsilon_1}(\varepsilon_1^2 - \alpha^2)(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \\ & + e^{-j\varepsilon_2}(\varepsilon_2^2 - \alpha^2)(\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \\ & + e^{-j\varepsilon_3}(\varepsilon_3^2 - \alpha^2)(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = 0. \end{aligned}$$

On aurait d'ailleurs obtenu le même résultat en écrivant d'une autre manière les conditions aux limites relatives à $z = 0$. Par exemple, en écrivant que les écarts de position des électrons marginaux $\delta\Gamma_{\mathrm{I}}$ et $\delta\Gamma_{\mathrm{II}}$ sont nuls en $z = 0$.

En résumé, lorsque l'on tient compte en première approximation des effets de charge d'espace et avec les hypothèses qui ont été faites, le champ électrique guidé par la ligne est représentable à l'accrochage des oscillations par la superposition de trois ondes progressives de constantes de propagation Γ_1, Γ_2, Γ_3; celles-ci sont les racines de l'équation (139). Les conditions aux limites imposent une relation dans le plan complexe entre ces racines (144), ce qui permet de déterminer la fréquence et l'intensité du courant d'accrochage des oscillations.

Dans la deuxième partie de cette étude on effectuera la résolution numérique du système des relations (139) et (144) et on comparera les résultats ainsi obtenus à des valeurs expérimentales.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] P. Guénard, O. Doehler, B. Epsztein et R. Warnecke, *Nouveaux tubes oscillateurs à large bande d'accord électronique pour hyperfréquences* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 235, 1952, p. 236-238).

[2] B. Epsztein, Brevet français n° 1.035.379, déposé le 13 avril 1951; British Patent n° 699.893.

[3] P. Guénard, R. Warnecke, O. Doehler et B. Epsztein, *A new wide electronic tuning high efficiency microwave oscillator, the « M Carcinotron »*. (Communication présentée à Stanford, U. S. A., le 19 juin 1953 à The Eleventh Annual Conference on Electron Tube Research, sous la présidence de R. Kompfner).

[4] R. Warnecke, P. Guénard, O. Doehler et B. Epsztein, *The M-Type Carcinotron* (*Proc. Inst. Radio. Eng.*, t. 43, 1955, p. 413-424).

[5] R. Warnecke, P. Guénard et O. Doehler, *Phénomènes fondamentaux dans les tubes à onde progressive* (*L'Onde électrique*, n° 235, avril 1954).

[6] M. Muller, *Traveling Wave Amplifiers and Backward Wave Oscillators* (*Proc. Inst. Radio. Eng.*, t. 42, 1954, p. 1651-1658).

[7] P. Guénard, O. Doehler et R. Warnecke, *Sur les propriétés des lignes à structure périodique* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 235, 1952, p. 32).

[8] R. Kompfner, *The Traveling Wave Tube as Amplifier at Microwaves* (*Proc. Inst. Radio. Eng.*, t. 35, 1947, p. 124-127).

[9] J. R. Pierce et L. M. Field, *Traveling Wave Tubes* (*Proc. Inst. Radio. Eng.*, t. 35, 1947, p. 108-111).

[10] J. R. Pierce, *Traveling Wave Tubes*, D. Van Nostrand, New York, 1950.

[11] R. Warnecke et P. Guénard, *Some recent work in France on new type of valves for highest radio-frequencies* (*Proc. Inst. Radio. Eng.*, vol. 100, part III, n° 68, 1953, p. 351-362).

[12] R. Warnecke, *Sur quelques résultats récemment obtenus dans le domaine des tubes pour hyperfréquences* (*Ann. Radioélectr.*, t. 9, 1954, p. 107-135).

[13] P. Guénard, *On some results obtained with O and M type Carcinotron* (Communication présentée à l'Université du Maine, Orono, U. S. A., à The Twelfth Conference Annual Conference on Electron Tube Research, juin 1954).

[14] R. Kompfner et N. T. Williams, *Backward-Wave Tubes* (*Proc. Inst. Radio. Eng.*, t. 41, 1953, p. 1602-1611).

[15] R. Warnecke, W. Kleen, A. Lerbs, O. Doehler et H. Huber, *The Magnetron Type Traveling Wave Amplifier* (*Proc. Inst. Radio. Eng.*, t. 38, 1950, p. 486-495).

[16] W. Kleen, O. Doehler et H. Huber, U. S. P. n° 2.511.407 avec priorité du brevet français n° 940.063 déposé le 9 janvier 1947 au nom de C. S. F.

[17] R. Warnecke, O. Doehler et D. Bobot, *Les effets de la charge d'espace dans les tubes à propagation d'onde à champ magnétique* (*Ann. Radioélectr.*, t. 5, 1950, p. 279).

[18] L. Brillouin, *Trajectories in a single anode magnetron* (*Elec. Commun.*, 1946, p. 460).

[19] R. Warnecke, H. Huber, P. Guénard et O. Doehler, *Amplification par ondes de charge d'espace dans un faisceau électronique se déplaçant dans des champs électrique et magnétique croisés* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 235, 1952, p. 470).

[20] P. Guénard et H. Huber, *Étude expérimentale de l'interaction par ondes de charge d'espace au sein d'un faisceau électronique se déplaçant dans des champs électrique et magnétique croisés* (*Ann. Radioélectr.*, t. 7, 1952, p. 252).

UNE MÉTHODE DE MESURE DES VITESSES DE RECOMBINAISONS SUPERFICIELLES DANS LES SEMI-CONDUCTEURS PAR EFFET PHOTOMAGNÉTOÉLECTRIQUE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

PAR J. GROSVALET,

Département « Recherches Physico-chimiques » du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *L'auteur expose la théorie du déphasage entre l'effet photomagnétoélectrique et l'effet photorésistant dans le cas d'échantillons minces de semi-conducteurs et l'application à la mesure de la vitesse de recombinaison en surface* (C.D.U. : 621.315.59).

SUMMARY. — *The author presents the theory of the phase shift between the photomagnetoelectric and photo-resistive effects in the case of thin samples of semi-conductors, and its application to the measurement of surface recombination velocity* (U.D.C. : 621.315.59).

INTRODUCTION.

Pour la fabrication de nombreux éléments, il est nécessaire de mesurer la vitesse de recombinaison électrons-trous au voisinage de la surface d'un semi-conducteur. On sait en effet que la rapidité de la recombinaison superficielle peut être très différente de la rapidité de recombinaison dans le volume même.

Dans l'étude de ces phénomènes, on a été amené à définir un coefficient σ de recombinaison superficielle par la relation

$$\vec{i} = \sigma \left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\right)_s,$$

$\vec{i}$ étant la densité de courant de recombinaison en direction de la surface et $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}$ le gradient de la concentration des porteurs minoritaires au voisinage de la surface.

Le coefficient σ a la dimension d'une vitesse.

La vitesse de recombinaison superficielle a une grosse importance pour la réalisation des éléments à semi-conducteurs. Elle agit en particulier sur le courant inverse des redresseurs, sur le rendement des photoéléments, et d'une façon très critique sur le gain des transistors.

Il est donc très important de pouvoir chiffrer par la mesure de la vitesse de recombinaison superficielle l'influence des divers traitements de surface (mécaniques, chimiques, électrochimiques, etc.) que l'on fait subir au semi-conducteur ou à l'élément tout monté .

La présente étude comprend deux parties. Dans la première, en se basant sur des développements théoriques ayant déjà fait l'objet d'une publication [1], on recherche une relation permettant le calcul, à partir de certaines données expérimentales, de la vitesse de recombinaison superficielle d'un échantillon semi-conducteur, vitesse qui apparaît dans le montage étudié, comme étant celle de la face non éclairée de l'échantillon. Dans la seconde partie on utilisera la relation ainsi obtenue pour étudier, sur un échantillon donné, l'influence de divers traitements de surface sur la vitesse de recombinaison.

1. PRINCIPE DE LA MESURE.

Dans un précédent article [1], on a montré que dans un échantillon de semi-conducteur éclairé en lumière sinusoïdale, il existait un déphasage φ entre la tension due à l'effet photomagnétoélectrique et la tension due à l'effet de photorésistivité. Ce déphasage φ est relié à la durée de vie τ des porteurs minoritaires et à la pulsation ω de la lumière par la relation

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \omega\tau.$$

En étudiant l'influence de l'épaisseur l du spécimen sur ce déphasage, on a montré qu'il prenait une valeur

$$\psi = \varphi - \varphi_1,$$

avec

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\sin bl}{\operatorname{sh} al},$$

$$\beta^* = a + ib,$$

$$\beta^{*2} = \beta^2 + i\frac{\omega}{D}, \qquad \beta^2 = \frac{1}{D\tau},$$

D, moyenne harmonique des coefficients de diffusion des porteurs (coefficients de diffusion ambipolaire).

La valeur de φ_1 n'est plus négligeable lorsque $\frac{1}{\sqrt{D\tau}}$ devient inférieur à une certaine valeur.

Dans ces calculs, on avait supposé que la face non éclairée du spécimen avait une vitesse de recombinaison superficielle infinie.

En introduisant sur la face non éclairée une vitesse de recombinaison superficielle finie σ', on arrivait aux résultats suivants, qui serviront de base à l'étude actuelle.

La variation de concentration des trous en fonction de la distance, en ce qui concerne la composante modulée p_1 est donnée par

$$p_1 = [A \operatorname{ch} \beta^* x + B \operatorname{sh} \beta^* x],$$

avec

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} A &= \frac{L_0}{\left[\beta^* D + \dfrac{\sigma\sigma'}{\beta^* D}\right] \operatorname{sh} \beta^* l + [\sigma' + \sigma] \operatorname{ch} \beta^* l}, \\ B &= \frac{\sigma' L_0}{\beta^* D} \, \frac{1}{\left[\beta^* D + \dfrac{\sigma\sigma'}{\beta^* D}\right] \operatorname{sh} \beta^* l + [\sigma' + \sigma] \operatorname{ch} \beta^* l}. \end{aligned} \right.$$

Expressions dans lesquelles :

$$\beta^{*2} = \beta^2 + i\frac{\omega}{D},$$

avec

l, épaisseur du spécimen;
σ, vitesse de recombinaison sur la face éclairée;
σ', vitesse de recombinaison sur la face non éclairée;
L_0, amplitude de l'éclairement en photons par centimètre carré et par seconde.

On en déduit les tensions V_K due à l'effet photo-magnétoélectrique et V_R due à l'effet de photo-résistance par les relations :

$$(2) \qquad V_K = \frac{2\mu Hh \displaystyle\int_0^l J(x)\,dx}{Ne\mu l + 2e\mu \displaystyle\int_0^l p_1(x)\,dx},$$

$$(3) \qquad V_R = \frac{2Ri}{Nl} \int_0^l p(x)\,dx.$$

Avec :

N, concentration du semi-conducteur en impuretés supposées totalement ionisées;
μ, mobilité ambipolaire;
e, charge de l'électron;
R, Résistance du spécimen à l'obscurité;
i, courant continu dans le spécimen pour la mesure de l'effet de photorésistance;
H, champ magnétique;
h, hauteur du spécimen;
l, épaisseur du spécimen.

Nous ne donnons pas ici le détail des calculs permettant d'établir ces relations. Il est identique à celui concernant le régime continu. La tension V_K se calcule facilement en appliquant le théorème de Thévenin au courant de court-circuit produit par effet Hall sur le courant de diffusion, par l'action du champ magnétique. Le détail du calcul et un examen critique des hypothèses permettant de le mener à bien, sont exposés dans un article de O. Garreta et J. Grosvalet, à paraître dans *Advances in semi-conductors*.

Il faut remarquer que dans l'expression de V_K le second terme du dénominateur $2\mu e \int_0^l p(x)\,dx$ peut être négligé. En effet il contient en facteur L_0, amplitude de la modulation de la lumière, ce qui rend ce terme négligeable devant le terme $Ne\mu l$, pour les illuminations faibles et moyennes.

D'ailleurs si ce terme n'était pas négligeable, on s'en apercevrait immédiatement. En effet, son influence serait de déformer la tension sinusoïdale V_K et de la faire passer de la forme $V_K = A \sin \omega\psi$ à la forme $V_K = \frac{A \sin \omega\psi}{B + C \sin(\omega\psi - \varphi)}$. Or comme il sera expliqué plus loin, on vérifie bien au cours de la mesure, le caractère sinusoïdal de V_K.

Dans ces conditions, en utilisant l'expression classique

$$J(x) = eD\frac{dp}{dx},$$

on trouve pour les composantes des tensions modulées à la pulsation ω :

$$V_K = \frac{2hHD[p_1(l) - p_1(0)]}{Nl} \quad \text{et} \quad V_R = \frac{2Ri}{Nl} \int_0^l p_1(x)\,dx.$$

C'est-à-dire en tenant compte de l'expression de p_1 donnée plus haut :

$$V_K = \frac{2HhD}{Nl}[A(\operatorname{ch} \beta^* l - 1) + B \operatorname{sh} \beta^* l]$$

et

$$V_R = \frac{2Ri}{Nl}\,\frac{1}{\beta^*}\,[A\,\mathrm{sh}\,\beta^* l + B(\mathrm{ch}\,\beta^* l - 1)].$$

Le déphasage entre V_K et V_R est alors égal à l'argument du nombre complexe

$$(4)\qquad \frac{V_K}{V_R} = \frac{hHD}{Ri}\,\beta^*\,\frac{\mathrm{th}\,\frac{\beta^* l}{2} + \frac{\sigma'}{\beta^* D}}{1 + \frac{\sigma'}{\beta^* D}\,\mathrm{th}\,\frac{\beta^* l}{2}}.$$

Dans ces conditions la différence de phase entre V_K et V_R peut s'écrire sous la forme d'une somme de deux termes

$$\psi = \varphi + \varphi_1,$$

φ étant égal à l'argument du nombre β^* est donné par la relation $\mathrm{tg}\,2\varphi = \omega\tau$, c'est la différence de phase pour un échantillon de grande épaisseur.

φ_1 est l'argument de

$$\frac{\mathrm{th}\,\frac{\beta^* l}{2} + \frac{\sigma'}{\beta^* D}}{1 + \frac{\sigma'}{\beta^* D}\,\mathrm{th}\,\frac{\beta^* l}{2}}.$$

On voit que si $\sigma' \to \infty$ on retrouve bien la valeur précédemment indiquée [1] :

$$\varphi_1 = \arg \frac{1}{\mathrm{th}\,\frac{\beta^* l}{2}}.$$

En posant

a = partie réelle de β^*,
b = partie imaginaire de β^*,

on trouve que

$$(5)\qquad \mathrm{tg}\,\varphi_1 = \frac{-\left(\frac{\sigma_1}{D}\right)^2 \frac{\sin bl}{\mathrm{sh}\,al} - 2\frac{\sigma'}{D}\,b\,\frac{\cos bl}{\mathrm{sh}\,al} + \frac{\sin bl}{\mathrm{sh}\,al}(a^2 + b^2)}{\left(\frac{\sigma'}{D}\right)^2 + \frac{2\sigma'}{D}\,a\,\frac{1}{\mathrm{th}\,al} + a^2 + b^2}$$

Telle est la relation qui était recherchée. A l'aide de celle-ci il est alors possible de connaître la vitesse de recombinaison superficielle σ' sur la face non éclairée de l'échantillon de semi-conducteur.

En effet, la connaissance du coefficient de recombinaison en volume β, de la fréquence de modulation de la lumière et de l'épaisseur l de l'échantillon suffisent pour tracer la courbe

$$\psi = \varphi + \varphi_1 = f(\sigma').$$

On en déduira directement, après la mesure de ψ consécutive à chaque traitement de surface, la valeur correspondante de σ'.

2. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.

L'étude expérimentale a été faite sur des échantillons de germanium.

La mesure du déphasage ψ se fait comme il a été indiqué dans l'article précédent [1] pour la mesure de la durée de vie en volume sur une plaquette de grande épaisseur.

Il faut choisir les paramètres β, ω et l de façon à avoir une variation appréciable de ψ entre les plus faibles et les plus hautes valeurs de la vitesse de recombinaison superficielle σ'.

On voit sur la relation (5) que pour

$$\sigma' = 0 \;:\; \mathrm{tg}\,\varphi_1 = \mathrm{tg}\,\varphi_0 = \frac{\sin bl}{\mathrm{sh}\,al};$$

$$\sigma' = \infty \;:\; \mathrm{tg}\,\varphi_1 = \mathrm{tg}\,\varphi_\infty = -\frac{\sin bl}{\mathrm{sh}\,al};$$

on a donc $\varphi_0 = -\varphi_\infty$. ψ varie donc lorsque σ' varie de zéro à l'infini de $\varphi + \varphi_0$ à $\varphi - \varphi_0$, φ étant le déphasage pour une plaquette épaisse.

On voit par exemple, d'après la courbe de la figure 1 donnant ψ en fonction de σ' pour $\beta = 9$, $\omega = 6\,000$,

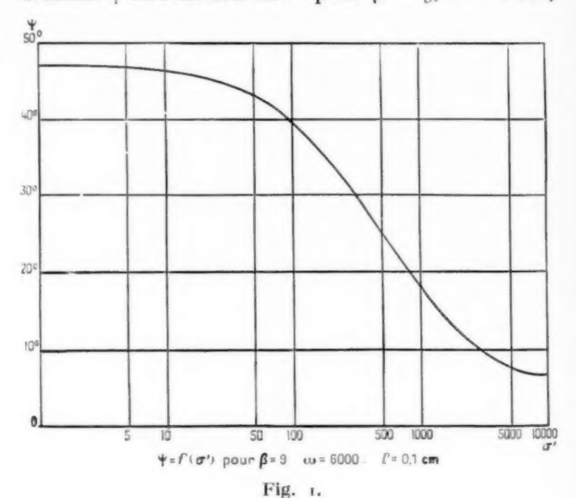


Fig. 1.

$l = 0{,}1$ cm que ψ varie de $3°28'$ pour $\sigma' \to \infty$ à $47°\,28'$ pour $\sigma' \to 0$. Soit une variation de $44°$, qui permet une détermination suffisamment précise des valeurs de σ'.

Dans la mesure, il faut veiller à ce que le signal photomagnétoélectrique conserve bien une allure sinusoïdale, condition de validité de la relation (4) qui conduit à (5). Dans le cas présent, cette vérification se fait en inversant le champ magnétique et en observant que la phase mesurée tourne bien de $180°$. En effet le phasemètre utilisé étant un

phasemètre à intégration, une déformation du signal se traduit par une erreur sur cette mesure.

Les résultats obtenus pour quelques traitements de surface sont groupés dans le tableau suivant. Ils représentent le domaine de valeurs obtenu pour σ' pour un traitement donné, pour plusieurs échantillons de germanium de durées de vie en volume différentes. La surface étudiée était perpendiculaire à la direction de cristallisation I.I.O.

Entre chaque traitement la surface était nettoyée à la solution CP 4.

Nature du traitement.	Valeurs de la vitesse de recombinaison superficielle.
Surface sablée ...	10 000
Attaque 30 s à la solution CP 4 ...	100 à 500
Electrolyse KOH 10 % ...	200 à 500
Attaque eau oxygénée 30 % à 60°, 15 mn ...	150 à 600
Ébullition, 15 mn dans eau distillée dans un appareil en cuivre ...	10 000

Ces quelques résultats permettent de supposer que la méthode de mesure est valable. En effet, les valeurs obtenues sont cohérentes avec celles obtenues pour les mêmes traitements par d'autres auteurs par des méthodes extrêmement différentes [2] et [3].

CONCLUSION.

La mesure du déphasage entre l'effet photomagnétoélectrique et l'effet de photorésistance dans un échantillon de semi-conducteur, qui permet d'évaluer la durée de vie en volume comme on l'avait vu dans une publication précédente [1] permet également comme on vient de le voir, d'évaluer les vitesses de recombinaison superficielle en utilisant cette fois-ci des spécimens d'épaisseur plus faible. Cette évaluation est dans ce dernier cas beaucoup moins directe puisqu'il faut passer par l'intermédiaire d'une abaque. Toutefois elle paraît sûre et permet de classer l'efficacité des divers traitements de surface que l'on a à faire subir aux éléments semi-conducteurs diodes, transistors, phototransistors, etc. au cours de leur fabrication.

Il faut signaler enfin, qu'à la suite de cette étude et de celle publiée précédemment [1], un appareil

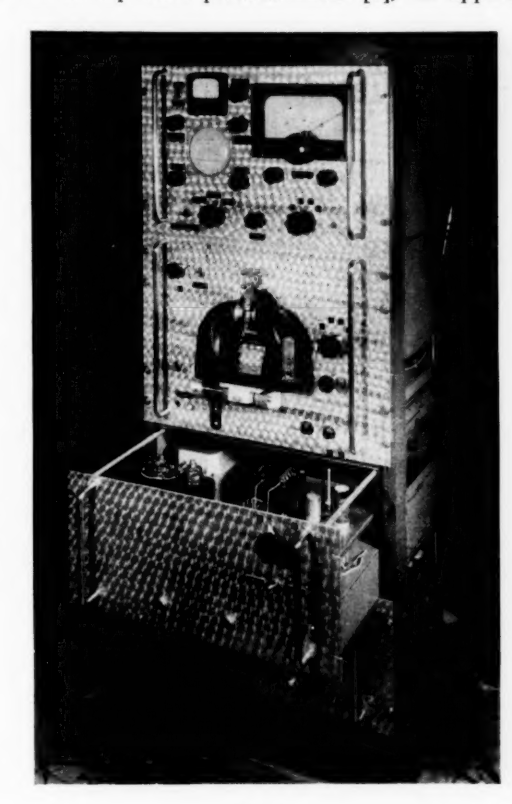


Fig. 2.

industriel de mesure de durée de vie dans les semi-conducteurs a été réalisé par MM. Vasseur et Riethmuller (*fig.* 2). Par une mesure rapide, cet appareil donne directement sur un cadran les durées de vie dans une gamme de quelques μs à 1 ms.

Il permet également en opérant sur un échantillon mince d'évaluer les vitesses de recombinaison superficielle.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] J. Grosvalet, *L'effet photomagnétoélectrique en régime sinusoïdal dans les semi-conducteurs. Application à la mesure de durée de vie des porteurs minoritaires* (*Ann. Radioélectricité*, t. IX, n° 38, octobre 1954).

[2] Moore et Pankove, *The effect of junction shape and surface recombination on transistor current gain* (*Proc. Int. Radio Engres*, juin 1954).

[3] M. C. Kelvey et Lengini, *Volume and surface recombination rates for injected carriers in germanium* (*J. Appl. Phys.*, mai 1954).

ANTENNE PRÉSENTANT UN DIAGRAMME DE RAYONNEMENT A LOBE ÉLARGI

PAR L. THOUREL,

Département « Radar » du Centre de Recherches Techniques
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *L'auteur examine la possibilité d'obtenir un diagramme de rayonnement dont la forme se rapproche d'un secteur, en utilisant un paraboloïde convenablement éclairé. Les dimensions optima du réflecteur et la nature de la source primaire sont ensuite examinées et les résultats expérimentaux comparés avec les conclusions de la théorie. Il apparaît que la concordance obtenue est correcte et qu'il est ainsi possible de réaliser des antennes à gain élevé convenant particulièrement aux radars de veille à grande distance*
(C.D.U. : 621.396.677.73).

SUMMARY. — *The author investigates the possibility of producing a radiation diagram approximating to a sector shape, by using a suitably illuminated parabolic mirror. The optimum dimensions of the reflector and the nature of the primary source are next examined and the experimental results are compared with theory. It is established that the agreement found is correct and that it is therefore possible to design high gain aerials which are particularly suitable for use with long range surveillance radars*
(U.D.C. : 621.396.677.73).

Dans certaines applications de radar, il est intéressant d'utiliser des aériens tels que l'énergie rayonnée soit constante et maximum dans un secteur déterminé, et aussi faible que possible à l'extérieur de ce secteur. Le diagramme de rayonnement de l'antenne doit donc se rapprocher au mieux du diagramme de la figure 1, où l'énergie est entièrement rayonnée

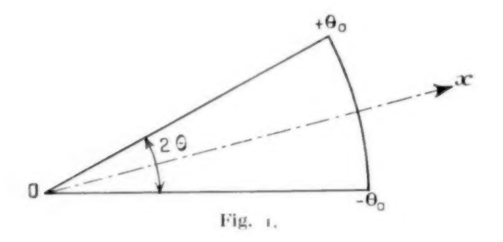


Fig. 1.

entre les angles $-\theta_0$ et $+\theta_0$. De tels diagrammes peuvent être utilisés dans les aériens dits de « couverture basse » équipant les radars de veille, et dans les radars de navigation maritime.

Les buts du présent article sont l'examen théorique des conditions à remplir pour obtenir les diagrammes désirés, et l'étude de moyens pratiques permettant d'approcher du résultat.

1. ÉTUDE THÉORIQUE.

1.1. Calcul de l'illumination sur l'ouverture.

Il est toujours possible de considérer que le diagramme est symétrique par rapport à une direction Ox, puisqu'il s'agit d'un secteur de cercle. En coordonnées cartésiennes, le diagramme en champ est donc donné par la figure 2.

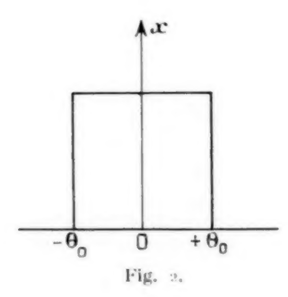


Fig. 2.

On sait que le diagramme de rayonnement d'une ouverture est donné par

$$(1) \qquad E(\sin\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(z)\, e^{jkz\sin\theta}\, dz.$$

où $E(\sin\theta)$ est l'amplitude du champ dans la direction θ correspondant à $\sin\theta$ et $A(z)$ est la distribution en amplitude et en phase sur l'ouverture.

Cette formule permet de calculer $E(\sin\theta)$ connaissant $A(z)$ pour diverses valeurs de θ. Réciproquement si la valeur de $E(\sin\theta)$ est connue on peut calculer $A(z)$, en effet $A(z)$ est la transformée de $E(\sin\theta)$, de sorte que

$$A(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\sin\theta)\, e^{-jkz\sin\theta}\, d(\sin\theta). \tag{2}$$

Dans le cas présent, ce calcul est facile. En effet, $E(\sin\theta)$ est constant (on peut le prendre égal à 1 pour simplifier) entre $-\theta_0$ et $+\theta_0$, et nul en dehors de cet intervalle. On a donc

$$A(z) = \int_{-\sin\theta_0}^{+\sin\theta_0} e^{-jkz\sin\theta}\, d(\sin\theta),$$

$$A(z) = \frac{e^{-jkz\sin\theta}}{-jkz}\Big|_{-\sin\theta_0}^{+\sin\theta_0},$$

$$A(z) = \sin\theta_0 \frac{e^{-jkz\sin\theta_0} - e^{-jkz\sin\theta_0}}{-jkz\sin\theta_0} = 2j\sin\theta_0 \frac{\sin(kz\sin\theta_0)}{jkz\sin\theta_0}.$$

L'illumination $A(z)$ de l'ouverture est par conséquent de la forme

$$A(z) = A\frac{\sin u}{u}, \tag{3}$$

avec

$$u = kz\sin\theta_0. \tag{4}$$

La figure 3 donne une telle illumination : les zéros sont régulièrement espacés à partir du centre O

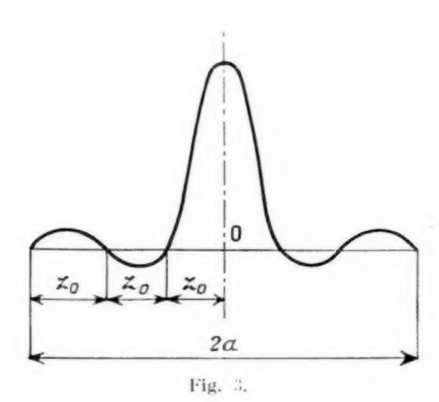


Fig. 3.

de l'ouverture, celle-ci étant arrêtée dans ce cas à $\pm 3z_0$.

Le premier zéro, qui définit z_0 a lieu pour la première valeur de $\frac{\sin u}{u} = 0$, c'est-à-dire pour

$$u = \pi, \qquad \text{soit} \quad kz_0\sin\theta_0 = \pi,$$

$$z_0 = \frac{\lambda}{2\sin\theta_0}. \tag{5}$$

On remarquera que pour réaliser exactement le diagramme en secteur, il faut que l'illumination corresponde exactement à la fonction $\frac{\sin u}{u}$: comme celle-ci présente une infinité de zéros, il faut donc une antenne de hauteur infinie.

Il existera donc pratiquement un compromis entre la hauteur de l'antenne et les exigences du diagramme secondaire. On va examiner ce compromis.

1.2. Hauteur optimum de l'antenne.

En utilisant la formule (1) nous pouvons à partir de (3) et (4) calculer le diagramme de rayonnement de l'antenne en fonction de sa hauteur que nous désignerons par $2a$ (*fig.* 3). Nous avons

$$E(\sin\theta) = A\int_{-a}^{+a} \frac{\sin(kz\sin\theta_0)}{kz\sin\theta_0}\, e^{jkz\sin\theta}\, dz. \tag{6}$$

Le calcul de cette intégrale peut être simplifié en remarquant que la fraction est une fonction paire; soit en effet à calculer

$$I = \int_{-a}^{+a} F(x)\, e^{j\alpha x}\, dx,$$

où $F(x)$ est une fonction paire, symétrique autour de $x = 0$. Nous avons

$$I = \int_{-a}^{+a} F(x)\cos\alpha x\, dx + j\int_{-a}^{+a} F(x)\sin\alpha x\, dx.$$

Mais la deuxième intégrale est toujours nulle : elle représente en effet la surface (entre $x = -a$ et $x = +a$) comprise entre la courbe

$$y = F(x)\sin\alpha x$$

et l'axe des x. Or y est nécessairement une fonction impaire puisque $F(x)$ est paire : la courbe est donc symétrique par rapport à l'origine et la portion de surface située au-dessus de l'axe des x est égale à la portion de surface située au-dessous. Donc

$$\int_{-a}^{+a} F(x)\, e^{j\alpha x}\, dx = \int_{-a}^{+a} F(x)\cos\alpha x\, dx$$
$$= 2\int_{0}^{a} F(x)\cos\alpha x\, dx$$

et (6) peut s'écrire

$$E(\sin\theta) = A\int_{-a}^{+a} \frac{\sin(kz\sin\theta_0)}{kz\sin\theta_0}\cos(kz\sin\theta)\,dz,$$

$$E(\sin\theta) = \frac{A}{k\sin\theta_0}\left[\int_0^a \frac{\sin kz(\sin\theta_0+\sin\theta)}{z}\right.$$

$$\left. + \int_0^a \frac{\sin kz(\sin\theta_0-\sin\theta)}{z}\,dz\right],$$

posons

(7) $kz(\sin\theta_0+\sin\theta) = u\,;\quad dz = \dfrac{du}{k(\sin\theta_0+\sin\theta)},$

(8) $kz(\sin\theta_0-\sin\theta) = v\,;\quad dz = \dfrac{dv}{k(\sin\theta_0-\sin\theta)}.$

Posons que la hauteur du réflecteur est

$$a = \alpha z_0.$$

Les valeurs de u et v correspondantes sont

$$u = k\alpha z_0(\sin\theta_0+\sin\theta) = \frac{2\pi\alpha\lambda}{2\lambda\sin\theta_0}(\sin\theta_0+\sin\theta),$$

(9) $$u = \alpha\pi\left(1+\frac{\sin\theta}{\sin\theta_0}\right)$$

et

(10) $$v = \alpha\pi\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin\theta_0}\right),$$

l'intégrale devient

$$E(\sin\theta) = \frac{A}{k\sin\theta_0}\left[\int_0^{\alpha\pi\left(\frac{1+\sin\theta}{\sin\theta_0}\right)} \frac{\sin u}{u}\,du\right.$$

$$\left. + \int_0^{\alpha\pi\left(\frac{1-\sin\theta}{\sin\theta_0}\right)} \frac{\sin v}{v}\,dv\right].$$

Cette intégration est immédiate

(11) $$E(\sin\theta) = \frac{A}{k\sin\theta_0}\left\{\sin\left[\alpha\pi\left(1+\frac{\sin\theta}{\sin\theta_0}\right)\right] + \sin\left[\alpha\pi\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin\theta_0}\right)\right]\right\},$$

θ_0 et θ sont le plus souvent inférieurs à 5°, de sorte que (11) peut s'écrire

(12) $$E(\theta) = \frac{A}{k\theta_0}\left\{\mathrm{Si}\left[\alpha\pi\left(1+\frac{\theta}{\theta_0}\right)\right] + \mathrm{Si}\left[\alpha\pi\left(1-\frac{\theta}{\theta_0}\right)\right]\right\}.$$

Partant de cette formule nous avons tracé les diagrammes de rayonnement correspondant à plusieurs valeurs de α comprises entre 1 et 3, ce qui correspond à des demi-hauteurs d'antenne comprises entre z_0 et $3z_0$ (*fig.* 3). L'examen de ces diagrammes (*fig.* 4) montre qu'à partir de $a = 1,5\,z_0$, nous nous rapprochons du diagramme en secteur et qu'une augmentation de hauteur jusqu'au double ($a = 3\,z_0$) n'entraîne pas de gain appréciable sur la forme du diagramme. Ceci est illustré d'autre part par la courbe de la figure 5, tirée de la figure 4, où l'on voit que l'ouverture à 3 dB du lobe ne varie pas sensiblement quand a augmente au-dessus de $1,5\,z_0$.

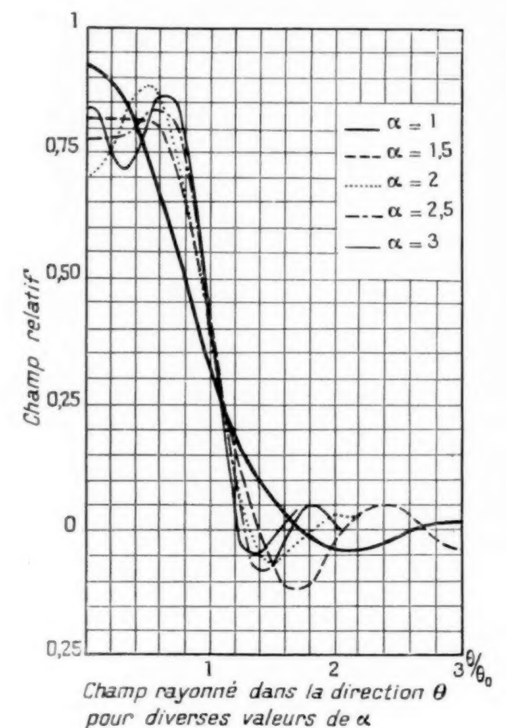


Fig. 4.

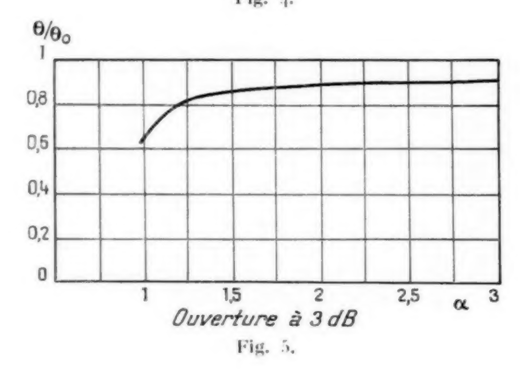


Fig. 5.

Une autre remarque peut également être faite quant à l'amplitude des lobes secondaires : ceux-ci sont sensiblement plus forts pour $\alpha = 1,5$ et $2,5$ que pour $\alpha = 1,2$ et 3. On notera la corrélation entre le renforcement des lobes secondaires et le

fait que dans ces cas le bord du réflecteur est situé sur un maximum d'illumination.

Dans le cas de $\alpha = 1,5$ et $2,5$, les niveaux du premier lobe secondaire sont respectivement de 16,7 et 20 dB au-dessous du niveau correspondant à la direction $\theta = 0$, tandis que, de chaque côté de cette direction, le diagramme présente des maxima assez faibles. Dans le cas de $\alpha = 2$ et 3, les niveaux du premier lobe secondaire sont respectivement de 23 et 25 dB au-dessous du niveau correspondant à la direction $\theta = 0$, tandis que le diagramme présente des oscillations sensibles dans la région du maximum de rayonnement.

Il semble donc que la hauteur optimum de l'antenne se situe un peu au-dessus de $\alpha = 1,5$. Il n'est pas indiqué de chercher à se rapprocher de la valeur $\alpha = 2$ puisque, d'une part, ceci augmenterait la hauteur du réflecteur donc son prix de revient et son encombrement, et que d'autre part, le champ tend à être moins régulier dans la direction du maximum. La recherche théorique d'une estimation plus précise de la valeur de α est illusoire ici car l'illumination en $\frac{\sin u}{u}$ est pratiquement impossible à réaliser exactement, ainsi que nous allons le voir.

2. SOURCE PRIMAIRE D'ILLUMINATION DU RÉFLECTEUR.

Puisqu'il est nécessaire de réaliser sur le réflecteur une illumination en $\frac{\sin u}{u}$, le diagramme de rayonnement de la source primaire doit être constitué par un lobe principal flanqué de deux lobes secondaires dans lesquels la phase est en opposition avec la phase du lobe principal : la figure 6 reproduit un tel diagramme tracé en champ. En toute rigueur d'ailleurs, ce n'est pas la forme exacte de diagramme désirable car il faut tenir compte de l'atténuation de propagation entre la source primaire et le réflecteur, atténuation qui varie en champ comme ρ (*voir* la figure 7 pour la définition de ρ et Φ).

On sait qu'un tel diagramme peut être obtenu à partir d'une ouverture équiphase sur laquelle siège un champ d'amplitude constante : une telle ouverture est pratiquement irréalisable. Par contre une assez bonne approximation peut être obtenue à partir de deux cornets placés côte à côte comme le montre la figure 7.

On envisage ici le cas de cornets sectoraux élargis dans le plan H, ce qui correspond à une polarisation horizontale avec un aérien ayant un diagramme de rayonnement élargi dans le plan vertical.

Si a est l'ouverture de l'un des deux cornets dans

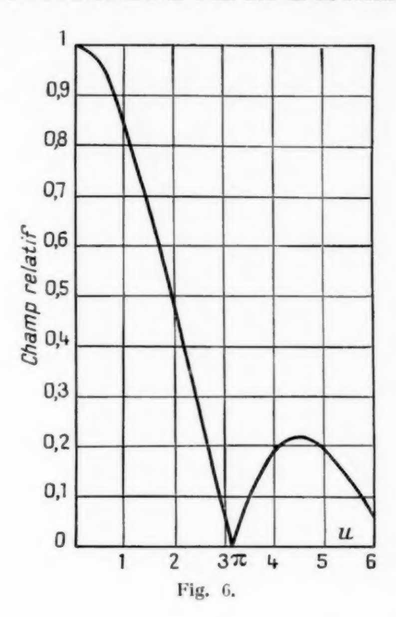


Fig. 6.

le plan H, avec les notations de la figure 7, le diagramme de rayonnement en champ dans le plan H est sensiblement donné, dans le cas où les deux

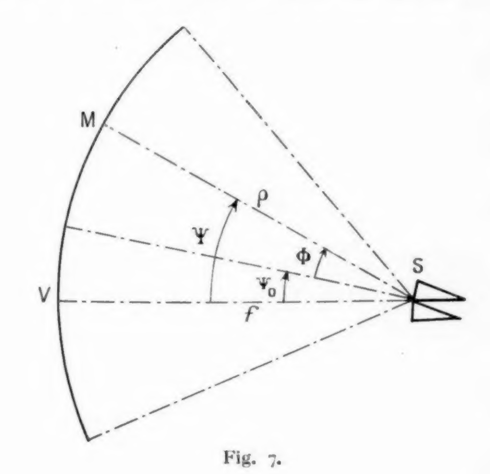


Fig. 7.

cornets sont placés côte à côte, par

$$(13) \qquad E(\Phi) \doteq (1 + \cos\Phi)\,\frac{\cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\Phi\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\Phi\right)^2 - \frac{\pi^2}{4}}.$$

Cette expression présente un premier zéro pour

$$(14)\qquad \frac{\pi a}{\lambda}\sin\Phi_0 = \frac{\pi}{2}, \qquad \text{soit} \quad \Phi_0 = \frac{\lambda}{2a}.$$

Connaissant l'angle θ_0 du diagramme de rayonnement de l'aérien, la formule (5) permet de calculer z_0 d'où l'on déduit Φ_0 et le côté a du cornet par la formule (14).

A partir de (13) il est possible de calculer l'illumination de l'ouverture dans l'hypothèse où le cornet se comporte comme une source d'ondes sphériques. Dans ce cas l'atténuation du champ le long d'un rayon SM varie comme $\sqrt{\rho}$ et il suffit de diviser (13) par $\sqrt{\rho}$ pour avoir l'illumination. Comme dans une parabole :

$$\rho = \frac{f}{\cos^2\frac{\Psi}{2}},$$

on voit que la répartition du champ sur l'ouverture sera, en remarquant que $\Psi = \Psi_0 + \Phi$,

$$(15)\quad E'(\Phi) = (1+\cos\Phi)\cos\left(\frac{\Psi_0+\Phi}{2}\right)\frac{\cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\Phi\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\Phi\right)^2 - \frac{\pi^2}{4}},$$

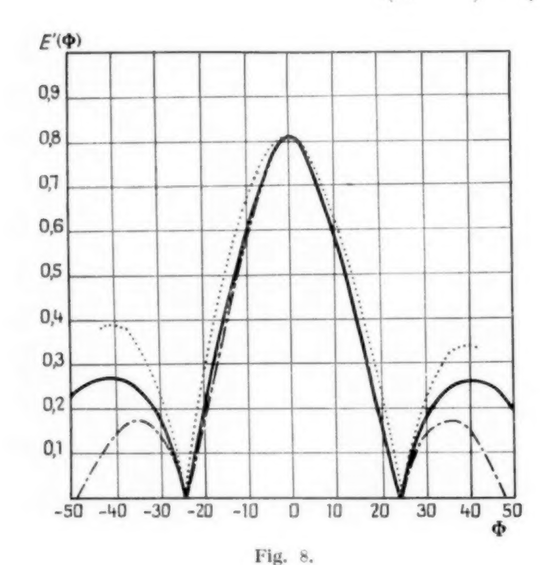


Fig. 8.

où Ψ_0 est l'angle d'excentration de la source primaire (off set).

La figure 8 donne la répartition ainsi obtenue à partir de deux cornets de 40 mm d'ouverture pour une longueur d'onde de 3,25 cm; l'excentration de la source primaire est de 10°, du côté des Φ négatifs : on remarquera la disymétrie introduite de ce fait dans l'illumination. Sur la même figure, on a tracé en pointillés la courbe relevée expérimentalement : bien que l'allure du diagramme soit la même, les écarts en amplitude sont sensibles, surtout sur les lobes secondaires.

Pour réduire cet effet et se rapprocher autant que possible du diagramme théorique, on a cherché à rendre le champ sur les ouvertures plus uniforme en disposant des piliers transversaux au milieu des embouchures des cornets. Les diagrammes ont été à nouveau relevés et sont tracés sur la figure 9. Sur

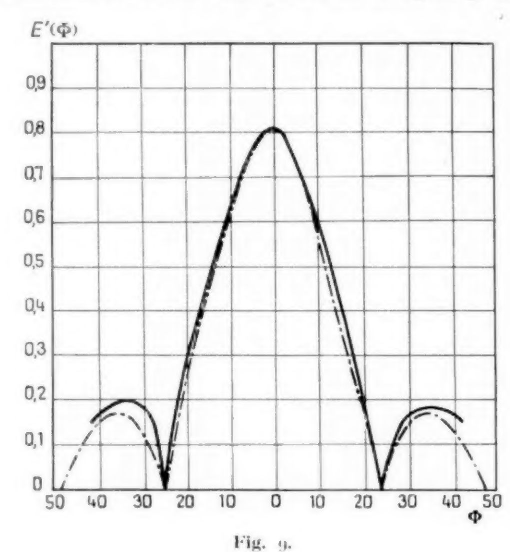


Fig. 9.

cette figure la fonction $\frac{\sin u}{u}$ est tracée en trait mixte et l'on voit que maintenant les écarts sont assez faibles. Dans l'aérien considéré, Φ varie de —42° à + 42° de telle sorte que le diagramme de rayonnement devrait être intermédiaire entre les diagrammes de la figure 4 correspondant à $\alpha = 1{,}5$ et 2. La figure 10 donne le diagramme relevé sur un réflecteur ayant les caractéristiques suivantes :

Hauteur	130 cm
Focale	83 cm

Le niveau des lobes secondaires est de plus de 25 dB au-dessous du niveau de rayonnement maximum, ce qui est d'ailleurs meilleur que les prévisions du calcul (16,8 dB pour $\alpha = 1{,}5$ et 23 dB pour $\alpha = 2$). Sur la même figure, on a tracé en pointillés les courbes correspondant à $\alpha = 1{,}5$ et 2 : la concordance avec la théorie est assez bonne.

Une variation de fréquence de $\pm 5\,\%$ entraîne une variation égale sur la valeur de α puisque,

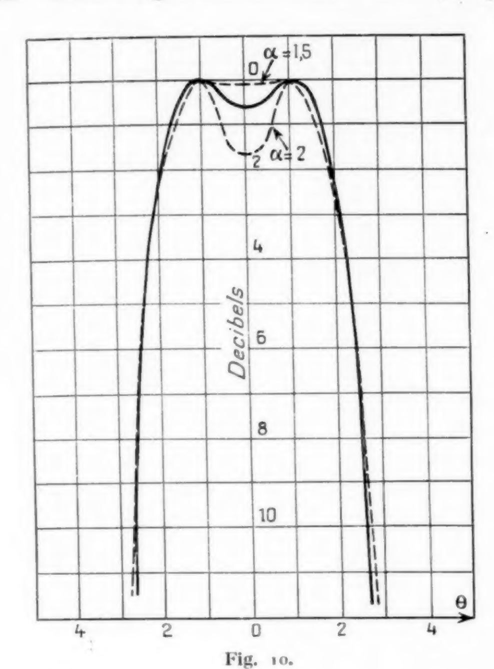


Fig. 10.

d'après la formule (5) celui-ci s'écrit

$$\alpha = \frac{2a \sin \theta_0}{\lambda}.$$

Il est donc vraisemblable qu'une telle variation n'entraînera aucune perturbation grave sur les diagrammes de rayonnement : c'est ce qui a été constaté expérimentalement.

La figure 11 reproduit les diagrammes dans le plan H, d'un aérien construit pour fonctionner dans la bande 2 950-3 250 Mc/s. On constate que le minimum situé dans la direction de l'axe du paraboloïde devient de plus en plus net quand la fréquence augmente, c'est-à-dire quand α tend de 1,5 vers 2. Parallèlement, le niveau des lobes secondaires diminue, mais cet effet n'est pas aussi net que le précédent.

3. COMPARAISON DES PERFORMANCES AVEC CELLES D'UNE ANTENNE CLASSIQUE.

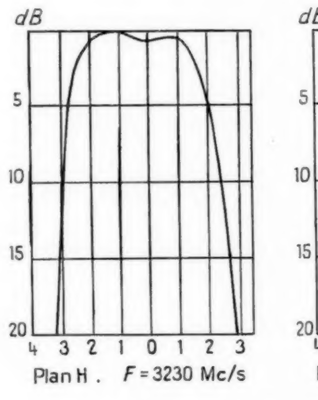
Les résultats que nous venons de mentionner montrent que, du point de vue de la répartition du rayonnement, ce type d'aérien donne de bons résultats sur une plage étendue de fréquence. Une difficulté apparaît cependant en ce qui concerne l'alimentation des deux cornets; nous l'avons résolue en utilisant un diviseur de puissance par le plan médian dans le plan H du guide. En prenant soin de réaliser une transition progressive, le taux d'ondes stationnaires reste inférieur à 1,3 sur une plage de 800 Mc/s dans la bande X et de 300 Mc/s dans la bande S.

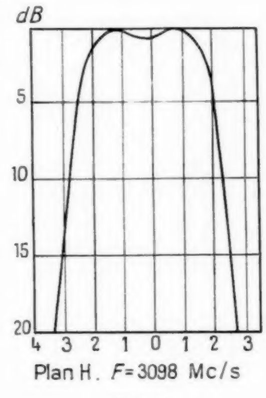
Dans cette dernière bande, les dimensions de l'aérien réalisé sont :

Envergure	8 m
Hauteur	4 m

Les diagrammes de rayonnement sont ceux de la figure 11.

Il est intéressant de les comparer avec ceux qui seraient obtenus avec un réflecteur paraboloïde illuminé par un seul cornet.





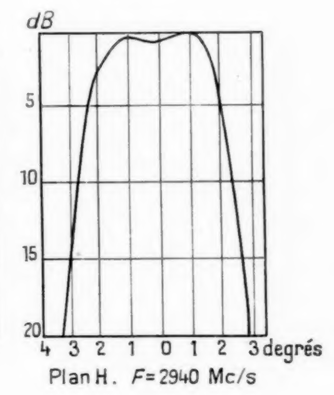


Fig. 11.

Pour une ouverture de diagramme à demi-puissance de 4°,6, la hauteur d'un tel réflecteur serait de 1,50 m environ. Avec 8 m d'envergure, ceci conduirait à un gain compris entre 39 et 39,5 dB pour un facteur de gain compris entre 0,55 et 0,6. On a trouvé pour l'antenne à double cornet, un gain moyen dans la bande de 39 dB environ, ce qui est un peu inférieur au gain de l'antenne à un seul cornet. Ce résultat n'a rien de surprenant si l'on considère la forme des diagrammes puisque, dans notre cas, les rayonnements importants sont répartis dans une zone plus large.

double cornet et la courbe en trait pointillé à l'antenne à cornet unique. L'examen de ces courbes montre immédiatement que le champ théorique au sol est de 0,6 fois environ le champ maximum dans le cas de la deuxième antenne, soit une atténuation de 4,5 dB seulement : le diagramme des portées sera donc, dans ce cas, constitué par une succession de feuilles dont les amplitudes maxima et minima pourront atteindre le rapport 2,7. On sait qu'il existe alors des « trous » dans la détection. Ce défaut disparaît avec l'antenne à diagramme sectoral où l'atténuation au sol est de 10 dB.

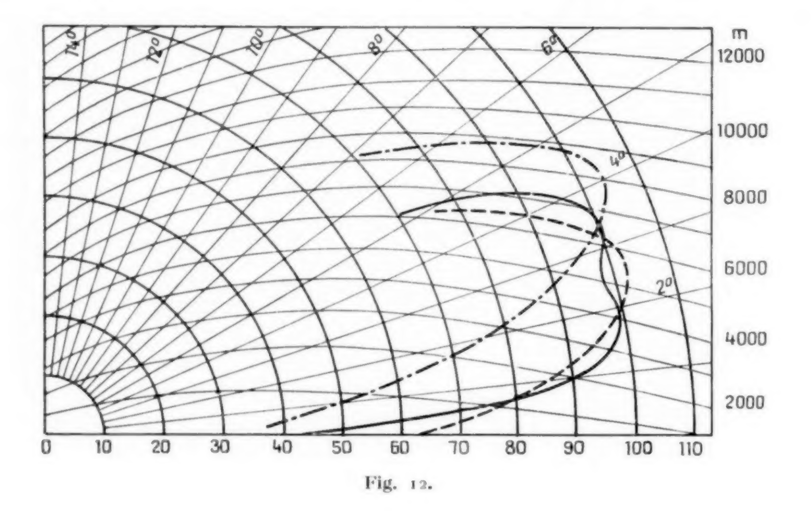


Fig. 12.

Il est possible de dresser ainsi le tableau comparatif ci-dessous des performances des deux antennes.

	Un cornet.	Deux cornets.
Surface	12 m²	32 m²
Gain	39,25 dB	39 dB
Ouverture du diagramme à 1 dB	2°,65	3°,45
» » 3 »	4°,60	4°,60
» » 10 »	8°,40	5°,20

Si l'on envisage d'utiliser ces antennes sur un radar de veille, il est possible de calculer les portées relatives à différents sites; en admettant une portée maximum de 100 km pour l'antenne à double cornet, on trouve, pour une atténuation, au sol de 10 dB dans ce cas, les résultats tracés sur la figure 12 où la courbe en trait plein correspond à l'antenne à double cornet et la courbe en trait pointillé à l'antenne à cornet unique.

CONCLUSION.

A ouverture en site égale, l'antenne à double cornet est donc supérieure à l'antenne classique quand on désire assurer une veille de faibles sites. Dans l'exemple étudié en effet, l'atténuation au sol de 10 dB aurait été obtenue, pour l'antenne à cornet unique, avec la direction de rayonnement maximum pointée à 4°, ce qui correspond à la courbe en trait mixte de la figure 12.

Ce type d'antenne convient également aux installations à bord de bâtiments, avec évidemment des ouvertures en site plus importantes : la forme du diagramme diminue alors sensiblement les fluctuations dues aux mouvements du navire; on peut éviter ainsi une stabilisation coûteuse.

DE LA MESURE INDUSTRIELLE DU COEFFICIENT DE TEMPÉRATURE DES CONDENSATEURS A DIÉLECTRIQUE CÉRAMIQUE

PAR J. PEYSSOU ET J. LADEFROUX,

Département « Recherches Physicochimiques »
du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Après avoir posé le problème général des variations thermiques de capacité d'un condensateur, et souligné leur importance industrielle dans la stabilité des circuits, les auteurs définissent le coefficient de température et ses tolérances pratiques ainsi que le principe de sa mesure. Ils décrivent ensuite deux appareils de mesure classiques : l'appareil à double battement et l'appareil à autosynchronisation, et montrent la nécessité d'améliorer la précision et la cadence des mesures industrielles par l'emploi d'un appareil électronique nouveau : le calculateur analogique C. S. F.*

Les auteurs décrivent ensuite une machine automatique utilisant le calculateur comme capacimètre et discutent de la précision des mesures en grande série des coefficients de température. Ils terminent par deux exemples d'application, l'un dans la recherche de la stabilité de condensateurs céramiques, l'autre dans la construction d'une courbe de répartition des coefficients de température d'un lot de 4 000 condensateurs (C. D. U. : 621.317 : 621.319.4).

SUMMARY. — *After stating the general problem of thermal variations in condenser capacities, and having stressed their industrial importance in respect of circuit stability, the authors define the temperature coefficient and its practical tolerances, together with the principle employed in its measurement. They then describe two conventional measuring equipments : the double beat instrument and the self synchronised instrument, and show the necessity of improving the accuracy and speed of measurement in industry by the use of a new electronic device : the C. S. F. analog computer.*

The authors then describe an automatic machine employing the computer as a capacity meter and discuss the accuracy of temperature coefficient measurements in large scale production. They end with two examples of application, one on the search for stability in ceramic condensers and the other on the construction of a distribution curve of temperature coefficients in a batch of 4 000 condensers (U. D. C. : 621.317 : 621.319.4).

1. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

1.1. Situation du problème.

La connaissance de la variation de la capacité d'un condensateur en fonction de la température est indispensable à l'ingénieur radioélectricien, au même titre d'ailleurs que celle des variations thermiques de coefficients de self-induction, des résistances, des perméabilités magnétiques, etc. des diverses pièces détachées.

La stabilité de l'ensemble d'un circuit est, en effet, une des conditions essentielles de la qualité du matériel soumis à des températures allant de — 55 à 85° C par exemple. Cette stabilité est assurée :

— soit par un choix de pièces détachées dont les caractéristiques sont indépendantes de la température (cas exceptionnels des coefficients de température nuls);

— soit par compensation des dérives thermiques de certains éléments par les dérives thermiques d'autres éléments, égales en valeur absolue et de signe contraire (cas général).

A ce titre, dans le domaine des pièces détachées, les condensateurs à diélectrique céramique occupent une place particulière car, s'il est impossible de

fabriquer à la demande, des selfs, des résistances, des transformateurs, etc. de dérive thermique de signe et de grandeur donnés, il est au contraire courant de fabriquer des diélectriques céramiques de coefficient de température de pouvoir inducteur spécifique positif ou négatif, et, tout au moins dans la gamme négative qui est la plus employée, de donner à ce coefficient des valeurs prédéterminées dans une échelle très étendue ainsi qu'on le verra par la suite.

Le choix de la céramique à coefficient négatif comme diélectrique résulte du fait que, dans les circuits oscillants, les inductances à équilibrer ont, en général, un coefficient de température positif.

L'emploi de céramiques à coefficient de température positif est moins courant (stabilisation d'une chaîne de déphasage *CR* dans laquelle *les résistances de haute stabilité à couche de carbone ont un coefficient de température négatif*).

Du point de vue industriel, le problème se pose donc :

a. de savoir fabriquer des diélectriques dont le coefficient de température sera choisi dans une gamme établie à l'avance;

b. de s'assurer que ces coefficients sont corrects au point de vue de leur valeur moyenne au sein d'un même lot de fabrication, des tolérances maximum sur cette valeur moyenne et de la répartition des pièces à l'intérieur de ces tolérances;

c. dans quelques cas particuliers (matériel à très haute stabilité, machines à calculer de haute précision), il faut pouvoir trier dans un lot à dispersion moyenne des capacités à coefficient de température à tolérance serrée (moins que 5.10^{-6}) et cela d'une manière économique.

1.2. **Définition du coefficient de température d'un condensateur.**

Soit un condensateur de capacité C à 25° C. Sous l'action d'une variation de température $\Delta t°$, la capacité C varie de ΔC. On appelle coefficient de température (en abrégé *TC*) la valeur

$$TC = \frac{\Delta C}{C} \cdot \frac{1}{\Delta t}.$$

Généralement, la courbe $\frac{\Delta C}{C} = f(t)$ (*fig.* 1) présente une concavité plus ou moins accentuée entre — 55 et + 85° C. Selon le choix des limites de l'intervalle de température Δt, on pourra parler de coefficient de température vrai à 25° C (pente de la tangente à la courbe à 25° C), de coefficient de température moyen entre 25 et 90° C (pente de la corde AB), de coefficient moyen entre — 55 et 25° C (pente de la corde AC), de coefficient moyen entre — 55 et 85° C (pente de la corde BC).

La définition du coefficient de température a fait l'objet de nombreuses controverses au sein des Commissions de Normalisation des Essais sur les Pièces Détachées. Dans le cas particulier des condensateurs céramiques, nous allons montrer comment on peut admettre que la mesure entre 25 et 85° C est suffisante pour connaître leur comportement entre — 55 et 85° C.

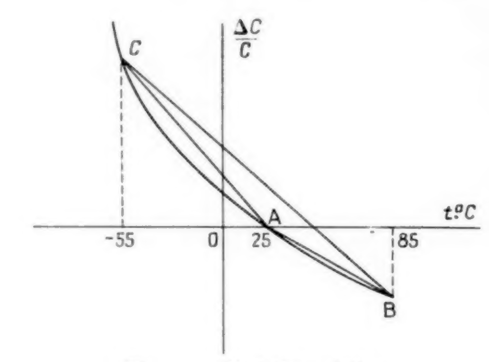


Fig. 1. — Variation relative de la capacité d'un condensateur en fonction de la température.

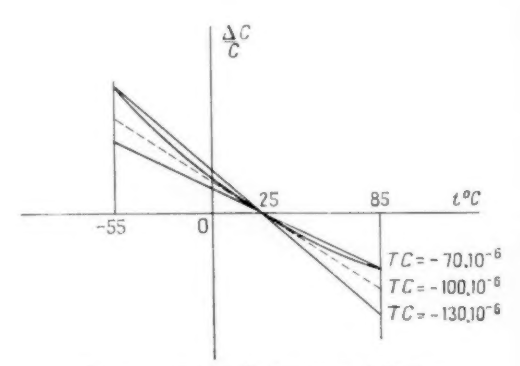


Fig. 2. — Interprétation de la tolérance sur le coefficient de température.

Les céramiques pour condensateurs peuvent être approximativement divisées en trois classes :

a. Les céramiques à coefficient de température voisin de zéro ou faiblement négatif (*TC* compris entre $+200.10^{-6}$ et -220.10^{-6}). La constante diélectrique varie respectivement de $\varepsilon = 15$ à $\varepsilon = 35$. Dans une certaine mesure, le coefficient de température semble être une fonction à peu près linéaire

de la constante diélectrique [1]. Ces deux paramètres sont essentiellement fonction des compositions, mélanges en proportions bien définies, ou solutions solides de titanates de magnésium, calcium, etc. [2]. Pour toute cette classe de céramiques, le coefficient de température est pratiquement constant de — 55 à 85° C. Autrement dit, une mesure entre 25 et 85° C suffit, les autres intervalles de température fournissant le même renseignement aux erreurs de mesure près ($\pm 2.10^{-6}$ près en valeur absolue par exemple).

b. Les céramiques à constante diélectrique comprise entre 60 et 100 sont généralement très riches en oxyde de titane TiO_2. Les coefficients de température à 25° C, d'autant plus négatifs que la constante est plus élevée [1] varient de -470.10^{-6} à -1200.10^{-6}. La céramique de constante diélectrique 80 et de coefficient -750.10^{-6} est la plus utilisée de cette gamme.

La courbe $\frac{\Delta C}{C} = f(t)$ présente une concavité vers le haut, d'autant plus accentuée que la constante est plus élevée. Par exemple, pour la céramique de coefficient -750.10^{-6} fabriquée sans précaution spéciale, on trouvera pour un lot d'échantillons [3] :

$$TC = -900.10^{-6} \text{ de } -55 \text{ à } 25^\circ\text{C},$$
$$TC = -650.10^{-6} \text{ de } 25 \text{ à } 85^\circ\text{C},$$
$$TC = -750.10^{-6} \text{ à } 25^\circ\text{C}.$$

Dans ces conditions, un choix des températures de mesure s'impose. Or, il est maintenant universellement reconnu que toutes les céramiques de cette famille présentent cette sorte de particularité avec une courbure à peu près identique chez tous les fabricants : il suffira donc de connaître par expérience l'allure générale de ces courbes pour que la connaissance des résultats de mesure entre 25 et 90° C soit suffisante.

Ces deux premières catégories de condensateurs sont désignées dans les Normes proposées par la Commission Électrotechnique Internationale par : « type I ».

c. Au-delà d'une constante diélectrique de 200, les céramiques sont appelées « haute constante » HK. La constante diélectrique peut atteindre 10 000. Le matériau de base est le titanate de baryum TiO_3Ba. La courbe $\varepsilon = f(t)$ présente des maxima et des minima et il n'est plus possible de parler de « coefficient de température moyen ». Les condensateurs utilisant ces céramiques ont des angles de pertes relativement élevés comparativement avec les condensateurs du type I; ils sont réservés aux fonctions de découplage et de filtrage et, de ce fait, n'entrent pas dans le cadre de cet article. Cette catégorie de condensateurs est appelée « type II ».

Pratiquement, pour les condensateurs du type I, si le coefficient de température est compris entre $+200.10^{-6}$ et -220.10^{-6} (coefficient de température constant de — 55 à 85° C), il suffira de contrôler que la variation de capacité entre 25 et 85° C est dans les tolérances. Si le coefficient de température est compris entre -470.10^{-6} et -1200.10^{-6}, il faudra rétrécir la bande de tolérance admise à la mesure entre 25 et 85° C pour être certain que la tolérance demandée dans l'intervalle — 55 et 85° C est tenue.

Compte tenu de ces considérations et des propriétés générales des céramiques de même famille produites par les constructeurs du monde entier, la Commission Électronique Internationale a proposé en septembre 1954 la classification suivante [4] des condensateurs du type I A (condensateurs pour compensation de température à tolérances étroites) et condensateurs du type I B (condensateurs pour compensation de température à tolérances moyennes).

Tableau de normalisation des coefficients de température (selon la C. E. I.).

Coefficient de température.	Tolérances en 10^{-6} par degré C. I A.	I B.
$+100.10^{-6}$	± 15	± 30
+ 33	± 15	± 30
0	± 15	± 30
— 33	± 15	± 30
— 47	± 15	± 30
— 75	± 15	± 30
— 150	± 15	± 30
— 220	± 15	± 30
— 330	± 25	± 40
— 470	± 35	± 70
— 750	± 60	± 120

Cette même Commission a défini les conditions de mesure comme suit (Art. 2.5.5) :

« *a.* Avant les mesures, les condensateurs sont séchés pendant 96 h à 55° C puis refroidis dans un dessiccateur.

« *b.* La capacité est mesurée à une constante additive près à une température T_1 comprise entre 15 et 25° C, puis à la température $T_2 = 85°$ C, à la fréquence de 1 Mc/s $\pm$ 20 %.

« *c.* Le cycle de mesure (*b*) est répété trois fois.

« Le coefficient de température est choisi comme étant la moyenne des trois mesures (*b*). »

Cette définition implique que les céramiques du type -750.10^{-6} seront évidemment plus négatives entre -55 et 25° C, que la tolérance normalisée. Par exemple, le coefficient standard $= -750 \pm 120.10^{-6}$ entre 25 et $+90^{\circ}$ C sera compris dans la gamme : $[-750, -160.10^{-6}, +120.10^{-6}]$ entre -55 et $+90^{\circ}$ C.

2. — PRINCIPE DE LA MESURE DU COEFFICIENT DE TEMPÉRATURE. DIFFICULTÉS D'EXÉCUTION.

Les capacités utilisées pour la compensation du coefficient de température des circuits oscillants sont généralement comprises entre quelques picofarads et 400 pF.

La connaissance du coefficient de température nécessite :

a. une mesure de capacité à 20° ou 25° C;

b. une mesure de variation de capacité;

c. une mesure de variation de température.

La mesure (*a*) à 1 Mc/s ne présente aucune difficulté.

La mesure (*b*) est la plus délicate.

La mesure (*c*), moyennant certaines précautions, ne présente pas de difficultés.

Nous allons examiner successivement ces trois points.

2.1. Mesure de la capacité.

A 1 Mc/s, les ponts H. F. et les Q-mètres donnent la même précision de mesure. Cette précision est de l'ordre de 1/1000e en moyenne, en tenant compte des imprécisions relatives de l'étalonnage des appareils. Elle peut être plus faible pour les capacités de valeurs inférieures à 50 pF et peut atteindre 5/1000e pour 20 pF.

Il est d'ailleurs illusoire d'augmenter, dans ce cas, la sensibilité de mesure car les imprécisions d'étalonnage des condensateurs variables de mesure deviennent alors rapidement supérieures à cette valeur.

2.2. Mesure de la variation de capacité ΔC.

Dans les méthodes classiques, le condensateur à mesurer C est monté dans un circuit oscillant d'inductance L. Toute variation de capacité ΔC entraîne une variation de fréquence :

$$\Delta f = \frac{\Delta C}{C}\,\frac{f}{2}.$$

Généralement, on compense la variation ΔC par la variation en sens contraire d'un condensateur variable de mesure étalonné jusqu'à retrouver $\Delta f = 0$. On lit alors la valeur de ΔC sur ce condensateur étalonné.

Les difficultés de mesure sont dues au fait que ΔC est petit et que le matériel électronique mettant en évidence la variation de fréquence Δf doit être extrêmement stable pendant toute la durée de la mesure et suffisamment sensible pour que l'on puisse obtenir avec précision la position $\Delta f = 0$.

Les divers appareils classiques concilient très difficilement ces caractéristiques simultanées de stabilité et de sensibilité. Nous en décrirons quelques-uns plus loin.

La recherche de la stabilité fait intervenir l'influence de la durée totale de la mesure.

Généralement, une sensibilité sur ΔC de l'ordre de 1/200e de picofarad est suffisante.

2.3. La mesure directe de la température du condensateur est impossible.

On mesure seulement celle du milieu ambiant (air) au moyen d'un dispositif thermométrique de faible inertie thermique (thermomètre à alcool à petit réservoir, thermocouple, etc.). Il est facile de voir que l'ensemble thermomètre-condensateur est stabilisé lorsque l'on n'enregistre plus de variation de température au thermomètre, ni de variation de fréquence ou de capacité sur l'appareil électronique de mesure. Cet état stable est atteint au bout d'un temps plus ou moins long, fonction de la capacité calorifique des chambres, de la vitesse de circulation des gaz chauds (ou froids), de la constance de la température de ces gaz, etc. Généralement, une indétermination sur la température de $\Delta\theta^{\circ} = [\pm]\, 0{,}5^{\circ}$ C est admissible.

2.4. Influence des erreurs commises sur C, ΔC et sur θ° C.

Soit le coefficient de température

$$TC = \frac{\Delta C}{C}\,\frac{1}{\Delta\theta}.$$

On obtient par différenciation :

$$\left|\frac{\mathrm{d}\,TC}{TC}\right| = \left|\frac{\mathrm{d}\,\Delta C}{\Delta C}\right| + \left|\frac{\mathrm{d}\,\Delta\theta}{\Delta\theta}\right| + \left|\frac{\mathrm{d}C}{C}\right|,$$

$\frac{\mathrm{d}C}{C}$, de l'ordre de quelques millièmes, est souvent

négligeable devant les deux autres termes : il reste

$$\frac{\mathrm{d}\,TC}{TC} = \frac{\mathrm{d}\,\Delta C}{\Delta C} + \frac{\mathrm{d}\,\Delta\theta}{\Delta\theta}$$

ou

$$\mathrm{d}\,TC = \frac{\mathrm{d}\,\Delta C}{C\,\Delta C} + |\,TC\,|\,\frac{\mathrm{d}\,\Delta\theta}{\Delta\theta}.$$

Pour $\mathrm{d}\,\Delta C = 1/100^{\mathrm{e}}$ de picofarad (compte tenu d'une approximation de $1/200^{\mathrm{e}}$ de picofarad à la mesure à froid plus la même valeur à la mesure à chaud), le premier terme exprimé en 10^{-6}, entre 25 et 85° C varie en fonction des capacités selon les valeurs.

C (pF).	$\frac{\mathrm{d}\,\Delta C}{C\,\Delta\theta}$.
50	$3,3.10^{-6}$
100	1,7 »
200	0,9 »
400	0,5 »

Le deuxième terme, pour $\mathrm{d}\,\Delta\theta = \pm 1°$ (0°,5 à chaque extrémité) prend les valeurs suivantes :

TC.	$TC\,\frac{\mathrm{d}\,\Delta\theta}{\Delta\theta}$.
0	$0\ .10^{-6}$
− 33	0,55 »
− 150	2,5 »
− 750	12,5 »

La comparaison des valeurs montre que pour les faibles capacités et les coefficients moyens ou faibles, l'erreur sur ΔC est prépondérante; pour les valeurs à fort coefficient (au-delà de — 100) l'erreur sur $\Delta\theta$ est prépondérante.

Il conviendra donc d'apporter le maximum de minutie à l'une ou l'autre de ces déterminations selon les cas particuliers.

3. — QUELQUES APPAREILS CLASSIQUES DE MESURE DU COEFFICIENT DE TEMPÉRATURE.

3.1. Appareil à double battement.

C'est le type adopté dans la plupart des cas [5]. Il se compose en principe (*fig.* 3) :

— d'un oscillateur du type ECO dont le circuit oscillant se compose d'une inductance de 30 μH, d'un condensateur variable à air de 80 à 1200 pF, d'un condensateur variable étalonné de 5 à 15 pF, du condensateur à essayer placé dans une étuve à température variable;

— un deuxième oscillateur fixe, du même type, ou stabilisé par quartz et dont la fréquence est de 1000 c/s environ plus basse que celle de l'oscillateur précédent;

— d'un mélangeur qui, attaqué par les deux fréquences précédentes, donne une basse fréquence égale à leur différence (1000 c/s ± quelques cycles par seconde);

— d'une amplification basse fréquence;

— d'un mélangeur basse fréquence, qui, attaqué par une fréquence fixe de 1000 c/s fournie par diapason et par la fréquence ci-dessus voisine de 1000 c/s, donne une deuxième basse fréquence égale à leur différence;

— d'un système sonore (haut parleur) ou optique (oscillographe, trèfle cathodique) permettant de contrôler que cette deuxième basse fréquence passe par zéro à l'instant des mesures.

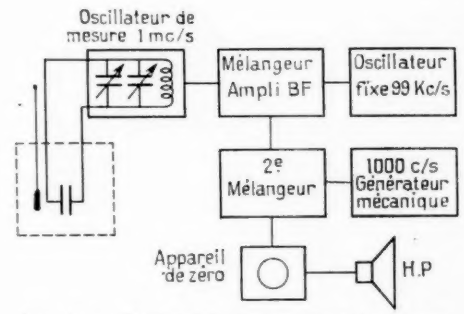


Fig. 3. — Diagramme d'un appareil à mesurer le coefficient de température (type dit « à double battement »).

Mise en fonctionnement de l'appareil. — 1° Le condensateur à mesurer étant placé dans la chambre à la température ambiante, on règle les cadrans de mesure jusqu'à avoir une valeur de basse fréquence = 1000 c/s, c'est-à-dire l'indication zéro pour la deuxième basse fréquence de sortie.

2° On porte la chambre à 85° C. La capacité à mesurer varie, un son apparaît au haut-parleur, on réduit sa fréquence à zéro en agissant sur le petit cadran étalonné.

3° Lorsqu'on obtient simultanément le silence et une indication fixe du thermomètre, c'est que le condensateur à mesurer est stabilisé à la température chaude. La variation lue sur le petit cadran étalon est égale et de signe contraire à la variation ΔC de la capacité expérimentée.

Cet appareil complexe comprend huit à dix tubes. Les différents étages sont bien découplés l'un par rapport à l'autre. On évite une autosynchronisation

des deux oscillateurs en les choisissant de fréquences assez éloignées l'une de l'autre $\left(\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{1}{1000}\right)$. Le tout est bien calorifugé. Les tensions sont stabilisées. Dans ces conditions, la précision d'évaluation de la lecture du cadran est de 0,001 à 0,003 pF, ce qui donne une approximation de lecture de 0,002 à 0,006 pF. La dérive de fréquence de l'oscillateur fixe H. F. est du même ordre que celle de l'oscillateur de mesure. La différence des fréquences n'est pas affectée, et seule intervient la dérive de l'oscillateur B. F. mécanique de l'ordre de 1/1000e. Rapportée à une erreur sur ΔC, elle correspondrait pour $C = 100$ pF à une erreur de 0,0002 pF négligeable devant les erreurs d'appréciation du zéro.

Cet appareil résoud donc le problème de la sensibilité, mais c'est un appareil de laboratoire de fonctionnement délicat. La durée de la mesure est prohibitive car on arrive très difficilement à maintenir la stabilité du zéro à haute température. De ce fait, le personnel est dans l'impossibilité d'assurer un service industriel continu.

Il existe de nombreuses variantes de cet appareil dans lesquelles, par exemple, on contrôle la stabilité des circuits oscillants en leur substituant de temps en temps un circuit oscillant fixe placé dans des conditions exceptionnelles de stabilité thermique et mécanique [6], ou bien, on place simultanément dans la chambre 10 à 20 condensateurs qui sont branchés successivement à l'aide de contacteurs mécaniques aux postes de mesure [7]. Dans ce cas, la précision de ΔC tombe à 0,02 pF par suite des instabilités mécaniques et de l'incertitude des contacts.

3.2. Appareil à autosynchronisation.

Ce type de matériel a été réalisé en recherchant avant tout la simplicité du montage, et en conséquence, un faible prix de revient afin d'équiper à peu de frais des ateliers de contrôle de fabrication.

Cet appareil à caractère déjà industriel se compose (*fig.* 4) :

— d'un oscillateur de mesure à 1 Mc/s et d'un oscillateur fixe à 1 Mc/s.

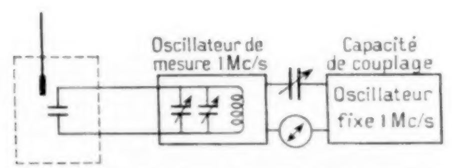


Fig. 4. — Diagramme d'un appareil à mesurer le coefficient de température, système à autosynchronisation.

Les deux oscillateurs attaquent directement les plaques d'un oscillographe. Un condensateur ajustable (de 1 à 3 pF) couple plus ou moins les deux oscillateurs de telle sorte que, lorsque les fréquences propres des circuits oscillants sont voisines, ces fréquences s'égalisent par autosynchronisation. La figure oscillographique est alors une figure stable. La forme de cette figure (ellipse, droite oblique, etc.) est caractéristique de la différence de phase entre les deux oscillations. Les fréquences propres des deux circuits oscillants sont les mêmes lorsque la différence de phase observée sur l'oscillographe est nulle (droite oblique). Une légère variation de capacité dans le circuit oscillant de mesure transforme cette droite en une ellipse aplatie. On pourra définir la sensibilité de mesure comme étant la variation de capacité dX qui transforme la ligne droite en deux droites quasi parallèles distantes de 1 mm (limites de l'ellipse). Cette sensibilité est réglable à volonté par action de la capacité de couplage qui lie les deux oscillateurs. Elle peut, selon le cas, varier de 0,001 à 0,02 pF. On choisit la valeur la plus pratique dans chaque cas particulier en se rappelant que plus dX est petit, plus la mesure est sensible, plus les instabilités propres des appareils sont dangereuses, plus la fatigue de l'opérateur croît et plus la durée de l'opération de mesure et le prix de revient croissent.

Cet appareil comporte au total : deux tubes, deux lampes 6 J 7. Robuste et pratique, il a été réalisé en série pour les services de contrôle industriel de la Société Le Condensateur Céramique.

Ses performances sont les suivantes :

— sensibilité courante : $dX = [d(\Delta C)] = 0{,}005$ pF;

— gamme de capacités mesurables : 30 à 400 pF;

— variation ΔC admissible : < 6 pF;

— précision sur la mesure du coefficient de température dans la plupart des cas (y compris les effets de la dérive) :

$$dTC < \pm 5 . 10^{-6} \text{ unités pour } C = 100 \text{ pF};$$

— durée de la mesure (une mesure à froid, une mesure à chaud, une mesure à froid) : 15 à 20 mn.

Une opératrice peut faire fonctionner trois appareils simultanément. Les résultats de mesure du coefficient de température sur cet appareil ont été comparés avec succès aux résultats obtenus dans la plupart des Laboratoires officiels équipés d'appareils à double battement. En particulier, il a été possible de faire des recoupements de mesures avec

des résultats obtenus par les organismes suivants :

— Signal Corps (U. S. A.);

— S. R. D. E. (Christchurch), R. A. E. (Farnborough) (Angleterre);

— L. C. I. E. (France);

et avec les systèmes de mesure fonctionnant en enregistreurs de fréquence :

— S. E. F. T. (France).

La figure 5 représente une photographie de l'appareil.

Une autre particularité réside dans la conception de la chambre de chauffage. D'un volume d'environ 1 dm³, elle est constituée d'un ensemble de cylindres concentriques entre lesquels circule un courant d'air froid ou chaud (*fig.* 6). La chambre centrale contient le condensateur et le réservoir d'un thermomètre à alcool. Cette disposition est favorable à une mise rapide en température (faible inertie thermique) et à une bonne stabilité à chaud par suite du chemisage de la boîte centrale.

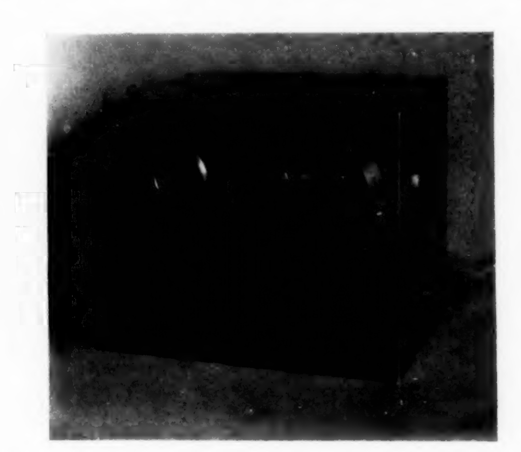


Fig. 5. — Appareil à mesurer le coefficient de température. Système par autosynchronisation.

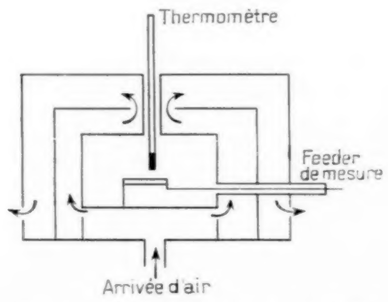


Fig. 6. — Coupe de la boite thermique.

4. — MACHINE AUTOMATIQUE POUR MESURER LES COEFFICIENTS DE TEMPÉRATURE.

4.1. Problèmes posés par la nécessité d'améliorer la précision des résultats et de diminuer la durée de la mesure.

D'une façon générale, les appareils précédemment décrits ont permis aux fabricants de condensateurs céramiques de livrer aux constructeurs d'équipements électroniques des pièces détachées de coefficient de température compris entre $+100.10^{-6}$ et -470.10^{-6} avec une tolérance assez large telle que, par exemple, les coefficients 0 ou -30.10^{-6} à $\pm 30.10^{-6}$ près. Ce résultat suffisant à l'origine était obtenu en livrant des lots complets de pièces dont on connaissait bien le coefficient de température d'un prélèvement de 2 ou 3 % des pièces.

Il a cependant été très vite nécessaire d'obtenir de plus grandes performances. C'est ainsi que la suppression des quartz comme pilotes de certains émetteurs légers, la conservation parfaite de l'alignement des récepteurs portatifs, etc. ont fait passer la tolérance sur le coefficient de température de $\pm 30.10^{-6}$ à $\pm 20.10^{-6}$ et même à $\pm 15.10^{-6}$. Au point de vue réalisation, le céramiste a dû résoudre deux problèmes : le premier était de fabriquer effectivement des lots de condensateurs dont la dispersion était inférieure à $\pm 15.10^{-6}$ et le deuxième de se munir d'appareils de mesure en nombre suffisant pour pouvoir garantir que la totalité du lot satisfaisait aux conditions. On augmenta donc le taux des prélèvements de contrôles jusqu'à 20 %. Cette dernière façon de contrôler la fabrication s'est révélée fort onéreuse, du fait que chaque appareil demandait une opératrice. Aussi dût-on envisager la construction d'une machine automatique à grand débit. Par une heureuse coïncidence, le Département « Calculateur Electronique » de la Compagnie Générale de T. S. F. étudiait un ensemble de circuits spéciaux dans lesquels il était possible d'utiliser quelques circuits de base comme capacimètres à lecture directe. En outre, ces mêmes circuits exigeaient pour leur construction des condensateurs céramiques :

— parfaitement stables (scintillations ou variations lentes inférieures à 1/1000ᵉ de picofarad);

— de coefficient de température voisin de zéro

ou faiblement positif (les coefficients demandés étant centrés selon le cas sur $+5.10^{-6}$, $+12.10^{-6}$, $+20.10^{-6}$);

— tous les condensateurs d'un même lot devaient ensuite être garantis compris dans une tolérance du coefficient de température inférieure à $\pm 5.10^{-6}$.

Devant ce problème, il fut décidé de construire une machine nouvelle à grand débit, basée justement sur l'emploi comme capacimètre du « Calculateur analogique C. S. F. » qui permettait l'automatisation des lectures avec une précision des mesures suffisante et une bonne stabilité des circuits.

Cette machine devait allier en fait les qualités suivantes : la sensibilité, la stabilité durant des périodes d'une journée complète, la mécanisation au maximum, la sécurité de fonctionnement.

— La sensibilité a été définie comme étant celle qui correspondrait à une variation du coefficient de température égale à 4.10^{-6}, entre 20 et 85° C, pour un condensateur de capacité la plus faible de la gamme, c'est-à-dire 50 pF. Un calcul simple montre que la machine devait pouvoir enregistrer une variation de 13.10^{-3} pF.

— La stabilité devait être telle que son influence soit de l'ordre de la sensibilité, pendant une période de l'ordre de 30 mn, en considération de la durée de la mesure complète sur un condensateur évaluée à 20 mn.

Cette stabilité est la somme d'une stabilité électronique, d'une stabilité thermique, d'une stabilité mécanique.

La stabilité électronique n'a pu être considérée qu'en fonction de la sensibilité électronique déjà vue. Elle a été réalisée par l'emploi d'un bloc de « calculateur analogique » spécialement aménagé et perfectionné à cet effet par le Département Calculateur Électronique C. S. F. Il sera décrit plus loin.

La stabilité thermique est la définition même de la stabilité de la température des chambres chaudes et froides où était placé le condensateur à mesurer, soit

$$\frac{d\,\Delta\theta}{\Delta\theta} = 3\ \%.$$

En se donnant une valeur de 3 % du coefficient de température comme valeur correspondant à cette stabilité, on aboutit à la nécessité de réguler la température de chaque enceinte à $\pm 1°$ C près : $\pm 0{,}5°$ C de régulation en fonction du temps et $\pm 0{,}5°$ C de gradient de température le long du condensateur.

La stabilité mécanique comporte la reproductibilité parfaite des positions des contacts. Elle a été résolue par essais successifs d'un grand nombre de montages. On verra plus loin la description du montage actuel qui assure une stabilité d'impédance entre les divers postes de mesure supérieure à $7{,}5.10^{-3}$ pF à 500 kc/s.

— La mécanisation est réalisée par l'emploi d'une table de mesure à 24 postes chargée de 24 condensateurs. Ces condensateurs sont successivement connectés à un poste de mesure à froid (température ambiante de la salle climatisée), 10 mn plus tard à un poste de mesure à chaud, 10 mn encore plus tard à un poste de mesure à froid.

La sécurité est assurée :

— au point de vue électronique, par le passage fréquent de condensateurs témoins;

— au point de vue thermique, par l'emploi de régulateurs à thermistance;

— au point de vue inscription des résultats, par l'emploi de cartons de référence circulant en synchronisme avec les condensateurs correspondants.

4.2. Circuit calculateur analogique C. S. F.

Le calculateur électronique utilise différentes combinaisons de circuits calculateurs élémentaires dont les principaux sont :

— circuit multiplicateur par un coefficient fixe;

— circuit multiplicateur par un coefficient variable;

— circuit additionneur.

4.2.1. Circuit multiplicateur par un coefficient fixe. — Le schéma de ce circuit est donné par la figure 7.

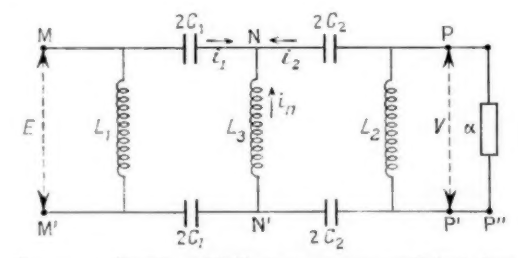


Fig. 7. — Circuit multiplicateur par un coefficient fixe.

Un générateur de fréquence fixe ($f = 500$ kc/s) est branché à l'entrée. On recueille à la sortie une tension V sur une impédance donnée d'admittance α.

Désignons par $2K_1$ et $2K_2$ les admittances des capacités $2C_1$ et $2C_2$. Les self-inductances L_1, L_2 et L_3 sont choisies de valeurs telles que leurs admittances soient :

pour L_1 : $-K_1$;
pour L_2 : $-K_2$;
pour L_3 : $-(K_1 + K_2)$.

Soient E et V les tensions d'entrée et de sortie de la cellule, U la tension entre les points N et N'. Négligeons les admittances actives et les instabilités des admittances réactives.

Les courants arrivant au point N ont pour valeur :

$$i_1 = K_1(E - U),$$
$$i_2 = K_2(V - U),$$
$$i_N = (K_1 + K_2)U.$$

Les capacités fixes $2C_1$ du circuit précédent sont remplacées par quatre capacités variables montées en pont.

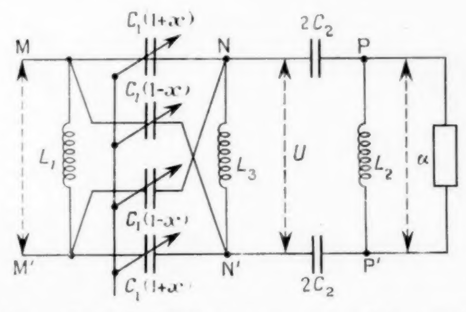


Fig. 8. — Circuit multiplicateur par un coefficient variable.

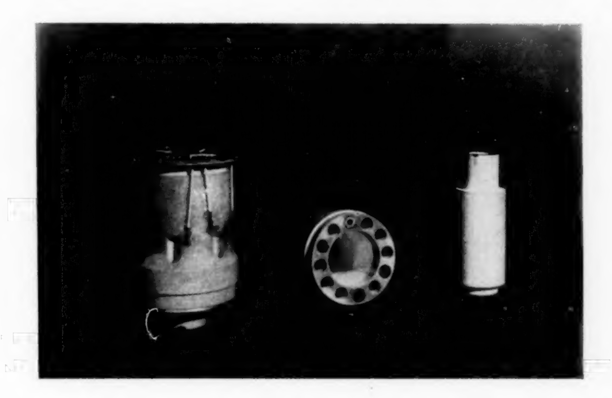


Fig. 9. — Condensateur variable en céramique.

La somme de ces trois courants est nulle :

$$K_1(E - U) + K_2(V - U) + (K_1 + K_2)U = 0,$$
$$K_1 E + K_2 V = 0.$$

Le rapport de transformation qui caractérise la cellule multiplicatrice a pour expression

$$\rho = \frac{V}{E} = -\frac{K_1}{K_2} = -\frac{C_1}{C_2}.$$

Ce rapport doit être parfaitement stable et bien réglé : sa stabilité exige que les condensateurs C_1 et C_2 aient même coefficient de température. C'est pour résoudre ce problème sur un grand nombre de calculateurs qu'a été créée la machine automatique à mesurer les coefficients de température, obje t de cet article.

4.2.2. Circuit multiplicateur par un coefficient variable. — Le schéma du circuit est donné par la figure 8.

Elles sont réalisées au moyen d'armatures en peintures argentiques déposées, quatre à l'intérieur et quatre à l'extérieur de deux cylindres en stéatite. La rotation du cylindre intérieur (rotor) par rapport au cylindre extérieur (stator) fait varier les capacités comprises entre deux armatures voisines selon une loi dépendant de la forme du contour de ces armatures.

La figure 9 représente un de ces condensateurs (*à gauche*) et le rotor et le stator démontés (*à droite*)

Deux de ces capacités ont pour valeur $C_1(1 + x)$ et les deux autres $C_1(1 - x)$, x variant entre des limites elles-mêmes comprises entre -1 et $+1$.

Un calcul simple du coefficient ρ dans ce cas conduit à

$$\rho = \frac{V}{E} = -\frac{K_1 x}{K_2}.$$

Le rapport de transformation est proportionnel à la quantité variable x. x est une fonction quelconque,

choisie à l'avance, de l'angle α qui définit la position du rotor en stéatite. Dans le cas particulier du calculateur utilisé en capacimètre, x est une fonction linéaire de α et ρ une fonction linéaire de α.

4.2.3. Circuit additionneur. — Le schéma du circuit est celui de la figure 10.

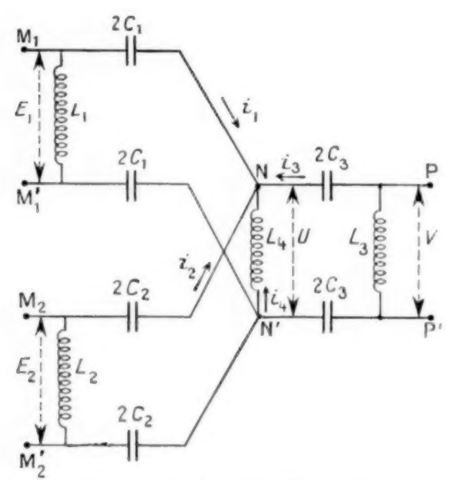


Fig. 10. — Circuit additionneur.

Un calcul de ρ, analogue au précédent, permet d'établir une relation entre les tensions d'entrée E_1 et E_2 et la tension de sortie V. Écrivons que la somme des intensités arrivant au point N est nulle,

$$\begin{gathered}K_1(E_1-U)+K_2(E_2-U)\\+(K_1+K_2+K_3)U+K_3(V-U)=0.\end{gathered}$$

La self L_4 est choisie de valeur telle que son admittance soit $-(K_1+K_2+K_3)$ ou

$$K_1E_1+K_2E_2+K_3V=0.$$

En posant

$$r_1=-\frac{K_1}{K_3}=-\frac{C_1}{C_3},$$

$$r_2=-\left[\frac{K_2}{K_3}\right]=-\frac{C_2}{C_3}.$$

La tension de sortie V s'écrit

$$V=r_1E_1+r_2E_2,$$

ce qui correspond bien à une addition.

Une association de circuits additionneurs et multiplicateurs permet donc de résoudre un système d'équations linéaires.

4.2.4. Circuit calculateur utilisé en capacimètre et en mégohmmètre. — Le calculateur analogique fonctionnant en capacimètre est constitué de quatre circuits calculateurs (*fig.* 11) :

— une cellule multiplicatrice (1) dont le rapport de transformation est une fonction linéaire de l'impédance du condensateur X à étudier;

— un circuit multiplicateur (2) par un coefficient variable (condensateurs variables en stéatite à fonction linéaire);

— un circuit multiplicateur (3) par un coefficient variable (condensateur variable en stéatite à fonction linéaire);

— un circuit additionneur de trois tensions de sortie des circuits précédents (circuit 4).

On démontre que ce dispositif constitue un calculateur capable de résoudre l'équation linéaire

$$U=(r_1+r_2+r_3)E,$$

en désignant par

E, la tension d'entrée commune aux trois circuits multiplicateurs;

U, la tension de sortie du circuit additionneur;

r_1, le rapport de transformation du circuit 1, fonction linéaire de la capacité à étudier;

r_2 et r_3, les rapports de transformation des circuits 2 et 3 respectivement fonctions linéaires de l'angle qui définit la position de leur rotor.

— A l'équilibre $U=0$. L'équation s'écrit

$$r_1+r_2+r_3=0, \tag{1}$$

relation linéaire entre la variation de la capacité à mesurer (r_1) et les rotations des condensateurs variables (r_2 et r_3).

Les deux déplacements des deux condensateurs variables sont donc respectivement fonction linéaire de l'admittance active et de l'admittance réactive du condensateur à étudier.

— En régime transitoire, à toute variation d'admittance $[\Delta jc\omega]$ du condensateur X, correspond une tension d'erreur complexe qui, après amplification H. F., puis changement de fréquence (la M. F. étant 50 c/s) et amplification à 50 c/s, est appliquée à deux moteurs commandant les rotors des condensateurs variables, le moteur M_1 du bloc capacité (circuit 2) recevant uniquement la composante réactive et le moteur M_2 du bloc résistance (circuit 3) la composante active. Ce résultat est obtenu par un déphaseur de 90°, 50 c/s, branché sur la commande du moteur M_2. La position d'arrêt des moteurs correspond à une tension d'erreur complexe nulle et les indications des cadrans indiquent alors respec-

tivement les variations de capacité (capacimètre à lecture directe) et de résistance (mégohmmètre à lecture directe) du condensateur à étudier.

La self d'entrée L_1 commune aux trois circuits multiplicateurs est branchée aux bornes d'un générateur HF_1 à 472 kc/s délivrant une tension symétrique E de 50 V.

Un générateur HF_2 délivre une tension de [472,05 kc/s] nécessaire au changement de fréquence. Superposée à la tension HF_1, elle produit des battements à 50 c/s dans un bloc de synchronisation capacités, la stabilité de la tension H. F. et la linéarité des amplificateurs n'intervenant pas dans le résultat.

On remarquera encore que le dispositif de mesure est une sorte de groupement pont de capacités, transformateurs. Aucun organe actif (lampe) ne risque de troubler la stabilité du circuit. Comme c'est un appareil de zéro, la stabilité du gain des amplificateurs importe peu. En outre, nous n'avons pas signalé que les inductances des circuits multiplicateurs ou additionneurs étaient réunies à la

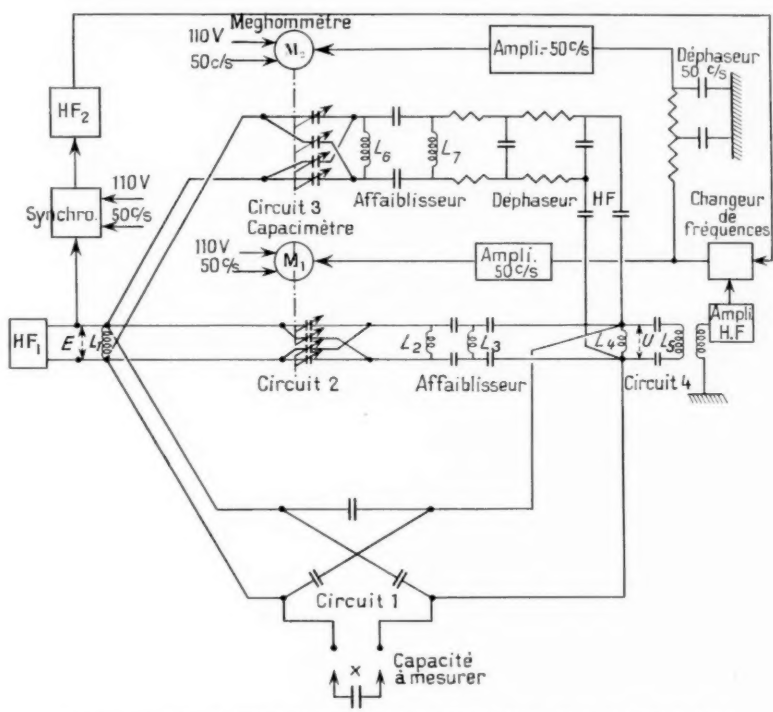


Fig. 11. — Circuit calculateur utilisé en capacimètre et en mégohmmètre.

dans lequel un servomécanisme maintient constamment cette tension; le battement est en synchronisme avec celui du secteur. La tension du secteur et la tension à 50 c/s proportionnelle à la tension d'erreur sont appliquées simultanément aux deux bobines des moteurs diphasés entraînant les condensateurs variables.

La théorie du calculateur analogique a été simplifiée à l'extrême dans cet exposé. L'influence des impédances parasites a été négligée. On démontre qu'elles entraînent des erreurs de mesures inférieures à 1/100 000e. Notons, en outre, que dans l'équation (1), interviennent seulement des rapports de masse au point milieu. Construites avec soin et équilibrées par additions de quelques capacités de réglage, ces selfs constituent des transformateurs « parfaits ». L'importance des fluctuations des capacités parasites en parallèle entre les conducteurs et la masse est, de ce fait, négligeable, alors qu'elle est très importante dans les appareils à circuits oscillants.

En pratique, le calculateur analogique utilisé en capacimètre pour les mesures de coefficients de température présente les caractéristiques suivantes :

— capacité maximum mesurable : 400 pF;

— variation de capacité maximum : 10 pF;

— précision de lecture de capacité : $7,5.10^{-3}$ pF;

— stabilité : supérieure à la précision de lecture.

4.3. Machine automatique. Description.

De l'examen de ses particularités révolutionnaires, on conclut que le calculateur analogique utilisé en capacimètre se prête mieux à la mesure automatique des variations de capacité que les appareils classiques. Il est, en effet, considérablement plus stable et, surtout, à lecture directe. Le rôle de la machine ne se bornera pas à amener automatiquement les condensateurs à leurs postes de mesures, mais à leur faire subir un cycle thermique déterminé (25° + 90° + 25° C) et à permettre l'enregistrement de la mesure sans erreur d'identification. Outre le calculateur électronique proprement dit, elle comprend essentiellement :

— trois postes de mesures;

— un mécanisme d'entraînement des condensateurs;

— une étuve régulée et contrôlée;

— un pupitre d'enregistrement des mesures.

La figure 12 représente un dessin schématique de la machine (*fig.* 13).

Les trois postes de mesures sont chacun constitués de deux électrodes élastiques fixées sur un support en stéatite et portant à leurs extrémités des contacts en argent-nickel fritté destinés à la liaison avec les condensateurs à étudier. Ces électrodes sont, d'autre part, reliées par câbles coaxiaux à la cellule 1 du calculateur analogique par l'intermédiaire d'un commutateur de précision qui branche successivement chacun des trois postes. Ces postes de mesures sont entourés d'un écran métallique relié à la masse pour les protéger de toute influence para-

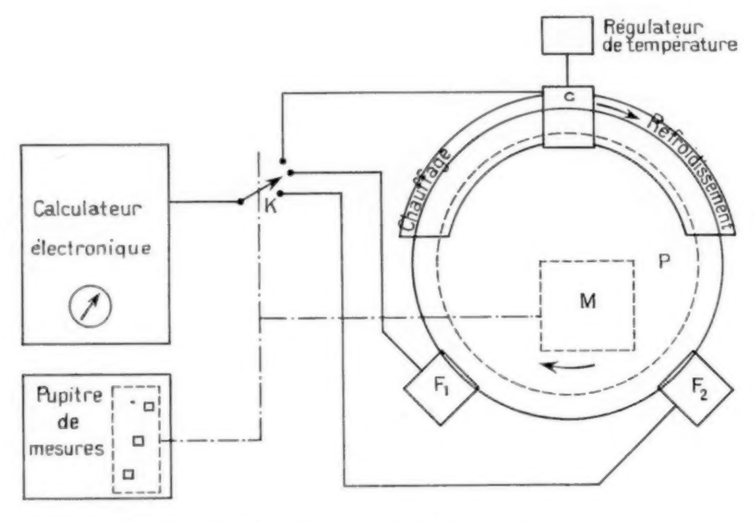


Fig. 12. — Diagramme de fonctionnement de la machine automatique à mesurer les coefficients de température.

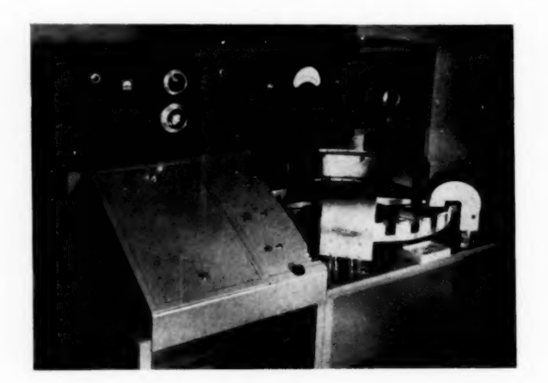


Fig. 13. — Machine automatique à mesurer le coefficient de température.

site que provoquerait la proximité de corps conducteurs. Le plus grand soin a dû être apporté à la réalisation du circuit de mesures pour réduire au minimum les impédances parasites multiples, les rendre stables dans le temps et égales sur les trois postes à 10^{-2} pF près, quelle que soit la valeur des condensateurs à l'étude.

Les condensateurs à étudier sont montés sur un plateau en alliage coulé portant 24 postes mobiles recevant chacun un condensateur. Un mécanisme d'entraînement (moteur, réducteur, arbre à cames, roue à rochets) déplace le plateau d'un angle de 15° toutes les 40 s pour amener respectivement trois nouveaux postes mobiles porteurs chacun d'eux d'un condensateur en contact avec les trois postes fixes. Pendant cette période de 40 s, le commutateur automatique branche successivement les trois postes de mesures aux bornes du calculateur et trois condensateurs sont ainsi mesurés : l'un à froid, l'autre à chaud, le dernier à froid pour vérification. Puis, un nouveau déplacement du plateau place trois nouveaux condensateurs en position de mesure et ainsi de suite. Quand un condensateur a terminé son cycle, il a ainsi subi trois mesures, le débit étant d'un condensateur en 40 s.

Une étuve semi-circulaire comportant une partie chauffante et une partie ventilée d'air froid soumet à leur cycle thermique les condensateurs disposés sur le plateau et circulant dans le four. Les postes froids sont stabilisés en température par la climatisation de la salle et une ventilation légère. La température du poste chaud est maintenue constante à 85° C, à 0,5° C près par un régulateur électronique à thermistance. Le contrôle de la température sur les trois postes s'effectue également à l'aide de thermistances montées en pont, ce qui accroît leur sensibilité.

On a vu que trois mesures successives se rapportaient à trois condensateurs différents. Un pupitre de mesures spécial est réalisé de façon à éviter toute erreur d'identification : un chemin de roulement porte des fiches de mesures et est animé d'un mouvement de translation synchrone du mouvement de rotation du plateau : chaque fois qu'un nouveau condensateur arrive en position mesure, la fiche correspondante prend la place de la précédente en face d'une fenêtre de marquage. Le chemin de roulement est, en effet, recouvert d'un pupitre percé de trois fenêtres correspondant aux trois postes de mesure. L'opératrice ne peut ainsi inscrire le résultat que sur les fiches des condensateurs branchés aux trois postes fixes. Des voyants commandés par le commutateur indiquent laquelle des trois mesures doit être enregistrée. Lorsqu'un cycle est terminé, il suffit de retirer simultanément le dernier condensateur et la dernière fiche pour avoir les résultats de mesures de ce condensateur. Le coefficient de température est aussitôt calculé à l'aide d'une machine à additionner et d'un abaque, et le condensateur classé dans un casier.

La machine comporte, par conséquent, deux postes de travail employant chacun une opératrice :

— l'une engage les fiches de mesures dans le chemin de roulement, lit les résultats sur le cadran calculateur capacimètre et les enregistre aux emplacements indiqués par les voyants lumineux;

— l'autre place les condensateurs sur les connexions des postes mobiles, calcule les coefficients et classe les condensateurs suivant le résultat obtenu.

Naturellement, il serait facile d'ajouter à la machine quelques systèmes simples qui en augmenteraient l'automatisme et qui permettraient à une seule personne de la faire fonctionner.

1.4. Performances de l'ensemble. Précision des mesures.

Cadence. — La période de 40 s ne peut être tenue qu'en débit permanent, tout changement de gamme de capacités et toute interruption de la chaîne de travail entraîne une perte de temps d'environ 20 mn correspondant à la période de rotation du plateau et au changement de la capacité complémentaire, des condensateurs à mesurer dans le circuit (*fig.* 11). La production d'une journée normale de travail est de 600 condensateurs environ avec deux ouvrières.

La précision de la mesure est fonction de la capacité et du coefficient de température. En effet, l'erreur de mesure s'exprime par l'équation établie plus haut :

$$\mathrm{d}TC = \frac{\mathrm{d}(\Delta C)}{C\,\Delta\theta} + TC\left[\frac{\mathrm{d}C}{C} + \frac{\mathrm{d}(\Delta\theta)}{\Delta\theta}\right].$$

L'erreur absolue sur le coefficient de température est la somme de deux termes :

— l'erreur sur la mesure de ΔC au calculateur qui entraîne sur le coefficient une erreur inversement proportionnelle à la capacité à mesurer;

— les erreurs de la mesure de C et de θ qui entraînent sur le coefficient une erreur relative

constante. En pratique, les chiffres sont les suivants :

$$\frac{dC}{C} = 1\ \%_0\,;$$

$$d(\Delta\theta) = \left\{ \begin{array}{l} -1^\circ C \text{ sur le poste froid} \\ +1^\circ C \text{ sur le poste chaud} \end{array} \right\} \text{ soit } 2^\circ C\,;$$

$$\Delta\theta = 65^\circ C,$$

$$\frac{d(\Delta\theta)}{\Delta\theta} = 3\ \%_0.$$

L'erreur relative sur le coefficient de température due aux erreurs de mesures de la capacité et de la température est d'environ 4 %₀.

Quant à l'erreur due à la mesure de la variation de capacité, elle est la somme de l'erreur de lecture du calculateur ($7{,}5 \cdot 10^{-3}$ pF à chaque mesure) et des perturbations apportées par le circuit de la machine automatique : capacités parasites des contacts, inductance des câbles coaxiaux, différences d'impédances des postes de mesures et des éléments du commutateur.

Il s'agit ici de grandeurs réelles obtenues sur une première réalisation de la machine pour laquelle il n'était pas nécessaire de rechercher des performances extrêmes. Il est évident que des progrès substantiels peuvent encore être obtenus au prix de perfectionnements aisés, actuellement en cours d'installations.

A titre d'exemple, calculons l'erreur produite par une différence d'inductances série sur deux postes de mesures (*fig.* 14).

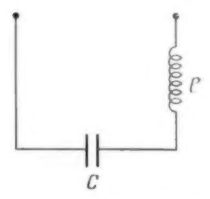


Fig. 14. — Schéma simplifié d'un circuit de mesure.

L'impédance du circuit composé de la capacité à mesurer C et de l'inductance série l du câble coaxial a pour expression

$$z = l\omega - \frac{1}{c\omega}$$

et son admittance

$$\dot{A} = -\frac{c\omega}{lc\omega^2 - 1}.$$

Le second poste de mesure a une inductance série de $l + dl$, et la différence d'admittance correspondante est

$$dA = -\frac{c\omega(c\omega^2)}{(lc\omega^2 - 1)^2}\, dl.$$

L'erreur sur la mesure de variation de capacité s'exprime donc

$$d\Gamma = -\frac{dA}{\omega} = \frac{c^2\omega^2}{(lc\omega^2 - 1)^2}\, dl \neq c^2\omega^2\, dl.$$

L'erreur de mesure de la variation de capacité due à un déséquilibre des inductances série est sensiblement proportionnelle au carré de la capacité à mesurer. Pour une précision de 10^{-2} pF sur une capacité de 400 pF, les câbles coaxiaux devront être ajustés à quelques millimètres près. Après un réglage minutieux, dont la stabilité a été éprouvée par plusieurs mois de service, la précision obtenue est la suivante pour des faibles coefficients de température :

$\le 5 \cdot 10^{-6}$ sur des capacités voisines de 50 pF,
$\le 3 \cdot 10^{-6}$ » » de 100 pF,
$\le 2 \cdot 10^{-6}$ » supérieures à 200 pF.

A ces chiffres, il y a lieu d'ajouter l'erreur relative de 4 % du coefficient négligeable dans le cas des mesures effectuées actuellement pour le calculateur électronique et portant sur de faibles coefficients. Cette erreur tient compte de l'erreur constante due au réglage de l'appareil. En fait, la dispersion est plus faible : plusieurs mesures successives d'un même condensateur donnent des écarts de mesures de l'ordre de $1 \cdot 10^{-6}$ sur de faibles coefficients.

Pour des mesures de laboratoire, la précision peut être améliorée en utilisant un appareil manœuvrable à la main qui élimine la commutation et qui est plus homogène au point de vue température. Sur une capacité de 200 pF, on mesure ainsi le coefficient de température à $1 \cdot 10^{-6}$ près.

Cette précision sera améliorée dans un nouveau modèle de calculateur analogique plus simple, utilisant une modulation à 50 c/s de la HF_1 en remplacement des servomécanismes de synchronisation du générateur HF_2. Ce calculateur encore plus précis et plus stable que le précédent permettra une lecture plus exacte de la capacité et une correction plus rigoureuse des perturbations de la machine. Toutefois, la précision de la machine actuelle suffit aux besoins des utilisateurs et il est probable que pour des raisons de technologie des condensateurs céramiques, le coefficient de température n'est pas défini et stable à une valeur supérieure à $1 \cdot 10^{-6}$.

5. — APPLICATIONS DIVERSES A L'ÉTUDE DES CONDENSATEURS CÉRAMIQUES.

Un appareil de mesure des capacités aussi stable et aussi facile à utiliser est évidemment l'appareil

idéal lorsqu'il s'agit d'étudier la répartition de telle ou telle propriété dans un très grand nombre de pièces : en particulier, deux études ont été conduites, l'une était la recherche de la stabilité propre de condensateurs céramiques tubulaires, l'autre, une étude de répartition de la valeur du coefficient de température dans un même lot de plusieurs milliers de tubes en céramique de même composition.

5.1. Recherche de la stabilité des condensateurs céramiques.

Il s'agissait de savoir quelle était la confiance que l'on pouvait accorder dans le temps à la stabilité de condensateurs tubulaires d'un type donné; nous avons choisi une valeur de 180 pF,

$$TC \neq -30 \pm 15.10^{-6}$$

pour la bonne raison que ces capacités entraient dans la constitution des circuits du calculateur et que cet appareil n'était, *a priori*, stable qu'autant que les pièces détachées composantes l'étaient.

Un premier sondage a été effectué de la façon suivante : 20 condensateurs ont été mesurés deux fois à 4 h d'intervalle, la seconde mesure donnant lieu sur chacun à un écart de capacité de ΔC par rapport à la mesure initiale. Cette expérience a été renouvelée quatre fois, les mesures étant échelonnées sur une période d'environ un mois. Les ΔC observés au cours de ces 4 h ont été au maximum de 9.10^{-3} pF, la plupart des condensateurs ayant donné lieu à des fluctuations horaires de mesure de $\pm 6.10^{-3}$ pF. Notons bien que ces écarts ne portent que sur une période de 4 h, les comparaisons d'un jour à l'autre ayant été impossibles dans les conditions de l'expérience, car le calculateur encore au stade expérimental subissait des modifications fréquentes décalant le zéro arbitraire du cadran. Par ailleurs, ces chiffres sont affectés d'une erreur par excès puisqu'ils englobent la dérive du calculateur et ses instabilités.

Au cours de l'étude proprement dite, la première difficulté fut de choisir un condensateur ayant la réputation d'étalon stable. Après avoir vainement essayé divers condensateurs à air et lames de métal, puis à micas, on construisit un condensateur à air à lames de stéatite argentée, identique dans son principe au condensateur variable de la figure 9, mais dont la position angulaire du rotor était mécaniquement bloquée. Considéré d'abord comme condensateur inconnu, et mesuré au capacimètre, on suivit les fluctuations des lectures en fonction du temps et des variations journalières de température. Ces fluctuations étaient assez reproductibles et, d'un jour à l'autre, apparemment dans les mêmes conditions de température ambiante et de positionnement des connexions, les variations $\frac{\Delta C}{C}$ étaient de l'ordre de $\pm 2/1000^e$. On ne pouvait évidemment attribuer ces variations à l'un quelconque des organes du capacimètre ou du condensateur réputé étalon, le treillis de mesure étant un tout dont les $2/1000^e$ de picofarad représentaient l'instabilité. C'est alors que les trois capacités fixées du treillis n° 1 (*fig.* 11) furent successivement remplacées par d'autres capacités similaires prises justement dans le lot des 180 pF à étudier. Par tâtonnements successifs, on arriva à des fluctuations de lecture qui, compte tenu du coefficient de température du condensateur X, n'excédaient pas $\pm 0,5/1000^e$ de sa capacité.

Le capacimètre fut alors aussi parfaitement que possible mis à l'abri des influences extérieures (courants d'air, chocs, vibrations, etc.), l'étalon restant toujours sur la table d'expérience sans que la fluctuation précédente s'améliorât de façon notable. On en déduisit que « l'étalon » était le principal responsable et comme les capacités tubulaires de 180 pF apparaissaient de bonne qualité, on décida de s'en servir comme étalon secondaire. A cet effet, on monta plusieurs de ces capacités sur des connexions rigides géométriquement bien définies et plus faciles à manipuler que l'énorme condensateur à lames de stéatite.

Par observations successives des fluctuations sur 20 de ces pièces, on arriva à en trouver quelques-unes dont les lectures de capacité étaient stables à une valeur supérieure à $0,2/1000^e$. Trois d'entre elles montées à leur tour comme capacités fixes du treillis de mesure permirent enfin de présenter un ensemble treillis-condensateurs étalons tubulaires à stabilité supérieure à $1/10\,000^e$, compte tenu du coefficient propre de température de la céramique diélectrique (-30.10^{-6} en cette circonstance).

La seule fluctuation apparente était due au coefficient de température des éléments fixes du treillis. On remplaça successivement les capacités à $TC = -30.10^{-6}$ par des capacités à TC voisin de 0, de $+10.10^{-6}$, de $+20.10^{-6}$, etc. en opérant toujours de la même façon pour choisir les plus stables et l'on arriva ainsi, avec des coefficients de température de $+12.10^{-6}$, à réaliser un capacimètre dont les indications étaient indépendantes de la température entre les 15 et 25° C de la salle d'essais, et dont la stabilité était supérieure à $1/10\,000^e$ près. C'est alors que commença vraiment l'étude systématique des causes d'instabilité des

condensateurs céramiques tubulaires en fonction :

— de leur composition céramique;

— de la nature et des conditions d'application de leur argenture;

— des phénomènes d'ionisation locale sous l'action de tensions d'essai exagérées;

— de leur vieillissement artificiellement accéléré en atmosphère chaude;

— de l'hygrométricité de l'air, etc.

Les mesures se poursuivent actuellement. D'ores et déjà, on peut cependant dire que pour des condensateurs tubulaires présentant les caractéristiques suivantes : diamètre, 3,2 mm; épaisseur, > 0,3 mm; constante diélectrique voisine de 30; *TC* compris entre + 100 et — $250 . 10^{-6}$; argenture soignée et ayant subi un essai sous 1500 V pendant 1 mn, puis un mois de repos, la stabilité relative est certainement supérieure à 1/1000e, probablement de l'ordre de 0,5/1000e à 1/10 000e pour 50 % des sujets.

Un capacimètre plus sensible et plus stable (car de conception plus simple que le précédent) est en voie de réalisation. Il est sensible à 1/1000e de picofarad, et sa stabilité rapportée à quelques heures de travail est du même ordre de grandeur.

Jusqu'à maintenant, les mesures effectuées avec ce calculateur plus sensible n'ont mis en évidence aucune fluctuation rapide de la capacité (scintillement) mais seulement une dérive horaire de quelques 10^{-3} pF dont il est difficile de dire s'il s'agit d'un vieillissement de la céramique soumise aux essais ou une dérive de température. Des mesures de coefficient de température dans les mêmes conditions ont de leur côté toujours donné lieu à des écarts du même ordre de grandeur que les erreurs de mesures.

5.2. Dispersion en coefficient de température d'une fabrication de diélectrique céramique.

Ceci est un exemple de l'aide que peut apporter le capacimètre à la fabrication de diélectriques céramiques pour condensateur. Le lecteur pourra d'ailleurs en étendre par la pensée le domaine d'étude à d'autres pièces détachées. Il suffit que la propriété à étudier puisse se transformer en une variation d'impédance (inductances, résistances, cellules piézoélectriques, matériaux magnétiques métalliques, ferrites, condensateurs de tous ordres, contrôles dimensionnels, dilatations thermiques, variations de pression, de température, etc.).

Dans le cas particulier qui nous occupe, il s'agissait de voir comment certaines variables de fabrication pouvaient influencer la répartition des coefficients de température des tubes de céramique autour d'une valeur fixée *a priori*. Il était évident que la mesure du coefficient de température devait porter sur plusieurs milliers de tubes d'un même lot ou de plusieurs lots présumés identiques.

a. Une première étape a consisté à effectuer sur les lots de tubes du type choisi un premier prélèvement de 2 % avec contrôle du coefficient de température moyen par les appareils à autosynchronisation. Chaque lot comprenait environ 400 condensateurs. Ce premier tri a permis de classer une vingtaine de lots selon l'écart du coefficient de température moyen du prélèvement par rapport à la valeur centrale recherchée, de l'ordre de $+ 5 . 10^{-6}$ en l'occurrence.

b. On conserva ainsi dix lots dont le coefficient de température moyen était compris entre $+ 5 . 10^{-6} \pm 10 . 10^{-6}$ et dont aucun des quelques échantillons prélevés ne présentait un coefficient de température supérieur à $+ 5 . 10^{-6} \pm 15 . 10^{-6}$.

c. Après habillage de la céramique, et finition complète des condensateurs, les quelques 4 000 condensateurs obtenus ont été mesurés au capacimètre « calculateur analogique » et les résultats groupés comme s'ils faisaient maintenant partie d'un même nouveau lot.

L'opération a été relativement rapide, elle a exigé seulement 10 jours de travail pour les mesurer tous.

La courbe des résultats est représentée sur la figure 15.

On a porté en ordonnée le pourcentage du nombre de condensateurs ayant un coefficient de température compris entre $- 10 \pm 1 . 10^{-6}$, $- 8 \pm 1 . 10^{-6}$, $- 6 \pm 1 . 10^{-6}$, etc. jusqu'à $+ 18 \pm 1 . 10^{-6}$. On distingue très nettement la courbe en cloche dissymétrique. Le mode est de $+ 2 . 10^{-6}$, ce qui correspond effectivement à la valeur moyenne donnée par le prélèvement (*a*) ($+ 5 . 10^{-6}$) compte tenu d'un décalage entre les étalonnages des deux types d'appareils et surtout de l'imprécision relative de l'appareil à autosynchronisation. Le résultat essentiel, c'est que 97 % des coefficients sont compris entre les limites $+ 5 \pm 10 . 10^{-6}$ et que moins de 1 % sont en dehors des limites $+ 5 \pm 15 . 10^{-6}$.

Les résultats montrent donc que la méthode employée pour fabriquer les 20 lots de céramiques et pour contrôler sommairement le coefficient de

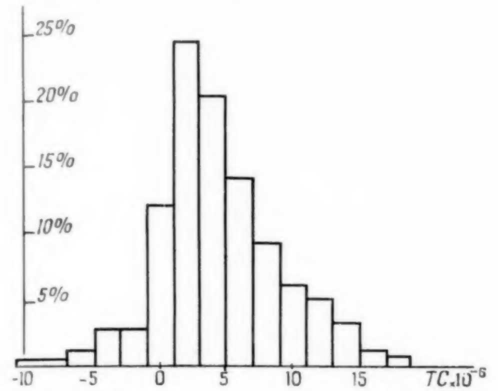


Fig. 15. — Répartition des coefficients de température.

température de chaque lot est suffisamment au point pour que l'on puisse garantir un coefficient de température précis compris dans un intervalle de $\pm 15.10^{-6}$ unités de part et d'autre d'une valeur moyenne fixée *a priori*.

Le calculateur analogique C. S. F. utilisé en capacimètre, ou en impédancemètre de haute précision et de grand débit, ouvre une ère nouvelle dans le contrôle en série des pièces détachées. Il permet ainsi des études d'amélioration de la qualité, car un facteur de fabrication n'influençant que peu les résultats d'un contrôle par prélèvement apparaît immédiatement dans la courbe de dispersion d'un lot de plusieurs milliers de pièces. Dans les cas particuliers où l'utilisateur demande un nombre relativement important de pièces présentant une très faible dispersion des propriétés, le calculateur en permet le tri individuel rapide et par conséquent relativement économique. En particulier, le coefficient de température des condensateurs céramiques peut être obtenu sans difficulté avec les précisions suivantes :

Pour $C = 50$ pF : $TC = \pm 5.10^{-6}$;
» $C = 100$ pF : $TC = \pm 3.10^{-6}$;
» $C \geq 200$ pF : $TC = \pm 2.10^{-6}$;

la valeur moyenne du coefficient de température présentant une valeur quelconque entre $+ 150.10^{-6}$ et $- 470.10^{-6}$.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] A. Danzin, *Les diélectriques céramiques à haute constante diélectrique : cas des titanates* (*Annales de Radioélectricité*, t. 5, juillet 1950).

[2] E. Albers Schœnberg et W. Soyck, *Les variations des propriétés diélectriques des matières céramiques à base d'orthotitanate de magnésie et sa représentation par la loi logarithmique des mélanges* (*Annales de Radioélectricité*, t. 3, octobre 1948).

[3] A. Danzin, *Les condensateurs à diélectrique céramique. Performances et caractéristiques d'utilisation* (*Annales de Radioélectricité*, t. 6, avril 1951).

[4] Commission Électrotechnique Internationale (Comité d'études n° 12 : Radiocommunications; Sous-Comité 12-3 : Pièces détachées (*Spécifications pour condensateurs à diélectrique en céramique du type I*, édition de décembre 1954).

[5] *Temperature Coefficient of Capacitance* (*Wireless Engineer*, février 1944).

[6] K. Head, *Signal Research and Development establishment* (*Technical Report* n° C. 409).

[7] Isidore Bady, *Technical memorandum equipment to measure the temperature coefficient of capacity* (Office of Publication Board, Department of Commerce Washington).

[8] E. Honoré, E. Torcheux et R. Roy, *Notice du Calculateur analogique C. S. F.*

ÉTUDE DE LA PREMIÈRE FOCALISATION D'UN PHOTOMULTIPLICATEUR POUR COMPTAGE DE SCINTILLATIONS

Par G. WENDT,

Département « Recherches Électroniques » du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

Sommaire. — *Après avoir rappelé les exigences propres au photomultiplicateur pour comptage de scintillations, l'auteur étudie en détail la focalisation photocathode-première dynode.*

Des exemples de configurations de champs, entièrement calculables, montrent que l'on peut obtenir le temps de transit minimum soit pour les trajectoires centrales, soit pour les trajectoires marginales. Il existe donc entre ces cas extrêmes des optiques de focalisation qui permettent d'avoir de très faibles différences de temps de parcours entre les trajectoires issues de points quelconques de la couche photoémissive. Ces considérations théoriques, jointes aux exigences technologiques de fabrication des cellules, ont contribué à la conception des nouveaux photomultiplicateurs C. S. F. G 510 *et* G 810. (C.D.U. : 621.383 : 621.387.464.)

Summary. — *After recalling the essential requirements of a photomultiplier for scintillation counting, the author studies in detail Photocathode-first dynode focussing.*

Examples of fully calculable field configurations show that minimum transit time can be obtained, either for the central or for the marginal trajectories. There exist therefore between these extreme cases focussing optics which enable very small differences of transit time to be obtained between trajectories starting from any point whatever of the photoemissive layer. These theoretical considerations together with the technological exigencies of celle manufacture, have jointly contributed to the design of the new C.S.F. G 510 *and* G 810 *photomultipliers.*

(U.D.C. : 621.383 : 621.387.464.)

INTRODUCTION.

On connaît le principe du comptage de scintillations : un cristal luminescent convenable émet chaque fois qu'il est traversé par une particule d'énergie suffisante, un certain nombre de photons, qui, tombant sur la photocathode d'une cellule à multiplicateur d'électrons (PM) libèrent un ou plusieurs électrons. Ces électrons, accélérés par un champ électrostatique, vers une première dynode, sont multipliés par émission secondaire. Pour dix étages de multiplication, le gain peut atteindre aisément 10^6. Le courant de sortie est alors suffisant pour attaquer un amplificateur à large bande sans que les fluctuations de la résistance (ou de la lampe) d'entrée nuisent au comptage des impulsions d'origine photonique.

Comme on cherche à séparer des impulsions de plus en plus voisines dans le temps, par exemple distantes de 10^{-8} s, il convient de rendre minimum :

1° la rémanence du cristal;

2° l'accroissement de la durée de l'impulsion par le PM;

3° la constante de temps de l'amplificateur et de l'ensemble de comptage.

L'élargissement d'une impulsion par le PM est due à deux effets :

1° Les différents électrons d'une avalanche issue d'un seul impact sur la première dynode, n'arrivent pas en même temps sur l'anode de sortie. Ce problème a fait l'objet d'une étude approfondie de

Rajchman, qui a déterminé la forme optima des dynodes pour réduire à leur valeur minimum les fluctuations de temps de transit.

3° Deux électrons libérés simultanément d'un seul point ou de deux points distincts, de la photocathode, n'atteignent pas au même instant la première dynode, phénomène peu étudié jusqu'ici. Si les différences de temps de parcours sont négligeables pour les photocathodes de faible surface très rapprochées de la première électrode multiplicatrice,

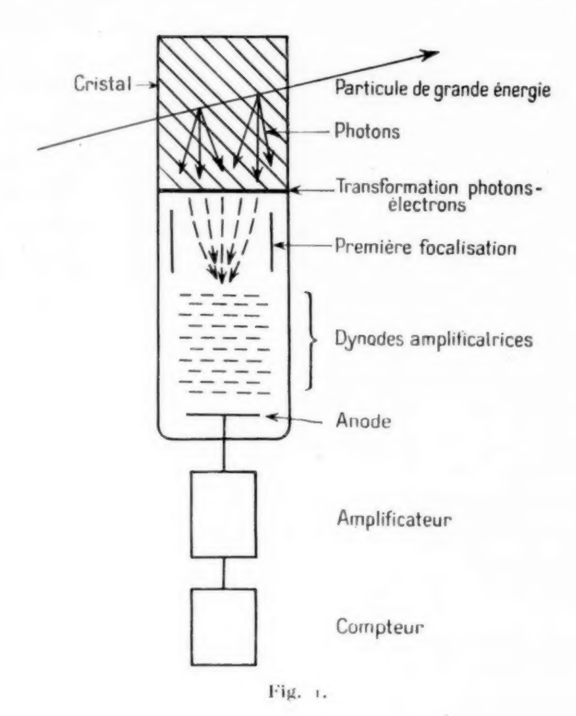


Fig. 1.

il convient au contraire de s'en préoccuper pour des PM de 50, 80 ou même 120 mm de diamètre utile.

C'est l'objet de la présente étude. Nous l'effectuerons pour des PM à sensibilité uniforme sur toute la surface de la photocathode; tous les électrons émis par n'importe quel point de cette surface doivent alors tomber sur la première dynode.

Après avoir analysé le rôle des différents paramètres lors de cette première focalisation, nous établirons la possibilité de réduire les écarts de temps de transit entre les électrons centraux et marginaux. Pour cela, nous montrerons, pour trois configurations de champ électrique complètement calculables, que les électrons centraux peuvent à volonté prendre une avance ou un retard sur ceux qui sont émis par les bords de la photocathode. Entre ces deux configurations, une interpolation empirique contrôlée à la cuve rhéographique nous permettra de trouver un compromis tenant compte en outre des exigences technologiques de construction du tube photomultiplicateur.

1. CAUSES DES DIFFÉRENTS TEMPS DE TRANSIT. RÔLE DES VITESSES INITIALES DES PHOTOÉLECTRONS.

Les variations des durées de trajet : Photocathode-première dynode sont dues à trois causes :

1° les différences de vitesse initiale;

2° les différentes directions des vitesses initiales;

3° les différentes longueurs des trajectoires et les différentes *vitesses* atteintes pour les points correspondants de leur parcours, s'ils sont émis de points différents de la photocathode (même à vitesse initiale nulle).

On étudiera l'influence des deux premières causes dans ce paragraphe et celle de la troisième dans le paragraphe suivant.

Le temps de transit peut être calculé par deux méthodes :

a. La distribution du potentiel φ et les trajectoires électroniques étant données, le temps dt nécessaire pour parcourir un élément ds de la trajectoire sera

$$(1)\qquad dt = \frac{ds}{v} = \frac{ds}{\sqrt{\frac{2e}{m}\varphi}}$$

(v vitesse moyenne de l'électron sur l'élément ds, $\frac{e}{m}$ rapport $\frac{\text{charge}}{\text{masse de l'électron}}$).

On trouve le temps total de transit en intégrant (1) le long de la trajectoire

$$(2)\qquad t = \int_{\text{cathode}}^{\text{dynode}} \frac{ds}{\sqrt{\frac{2e}{m}\varphi}}.$$

Nous utiliserons cette méthode dans le paragraphe 3 lors de l'examen des dispositifs étudiés à la cuve électrolytique.

b. Une deuxième méthode consiste à résoudre les équations différentielles du mouvement électronique (les points désignent une différentiation par rapport

au temps)

$$(3)\qquad \begin{cases} m\ddot{x} = e\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}, \\ m\ddot{y} = e\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}, \\ m\ddot{z} = e\dfrac{\partial\varphi}{\partial z}, \end{cases}$$

de telle manière que le temps t apparaisse comme paramètre dans la solution. Cette méthode sera utilisée dans ce paragraphe et dans le paragraphe suivant.

Étudions maintenant l'influence des vitesses initiales sur le temps de transit, en particulier dans un champ électrostatique uniforme et dans un champ à symétrie sphérique.

1.1. Temps de transit dans un champ uniforme.

Prenons l'origine du système cartésien de coordonnées sur la photocathode (*fig.* 2) et l'axe des z

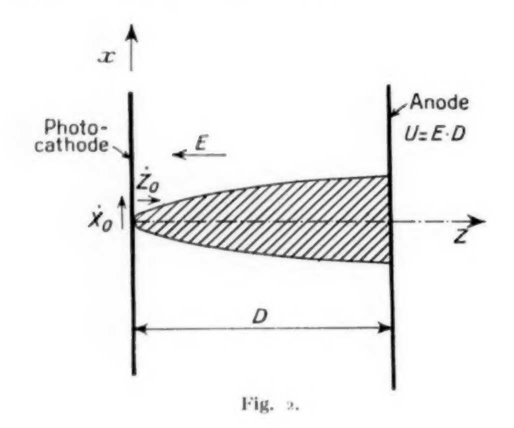


Fig. 2.

dans la direction du champ $-E$. Le potentiel sera exprimé par

$$(4)\qquad \varphi = Ez$$

et les équations (3) s'écriront

$$(5)\qquad m\ddot{x} = 0, \qquad m\ddot{y} = 0, \qquad m\ddot{z} = eE.$$

Exprimons par $\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$, $\dot{z}_0$ les composantes de la vitesse initiale d'un électron considéré et comptons le temps à partir de l'instant de son émission de la cathode. La solution de (5) sera alors

$$(6)\qquad x = \dot{x}_0 t, \qquad y = \dot{y}_0 t, \qquad z = \dot{z}_0 t + \frac{1}{2}\frac{e}{m}Et^2.$$

L'anode du dispositif à $z = D$ étant plane, on en déduit tout de suite que les composantes $\dot{x}_0$ et $\dot{y}_0$ n'ont pas d'influence sur le temps de transit. Un électron à composante $\dot{z}_0 = 0$ arrivera à l'anode $z = D$ au temps

$$(7)\qquad T_0 = \sqrt{\frac{2mD}{eE}} = 3{,}37.10^{-8}\sqrt{\frac{D}{E}} \quad (\text{s})$$

si l'on mesure D en centimètres et E en volts par centimètre.

Pour un électron $\dot{z}_0 \neq 0$, on trouve à partir de (6)

$$(8)\qquad T_1 = \sqrt{\frac{m^2\dot{z}_0^2}{e^2E^2} + \frac{2mD}{eE}} - \frac{m\dot{z}_0}{eE}$$

et en introduisant $\dot{z} = \sqrt{\frac{2e}{m}\varepsilon_z}$

$$(9)\qquad T_1 = T_0\left(\sqrt{1 + \frac{\varepsilon_z}{ED}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{ED}}\right).$$

Comme on aura toujours $\varepsilon_z \ll ED$, on peut développer (9) en série suivant les puissances de $\frac{\varepsilon_z}{ED}$. En soustrayant le temps T_0 et en remplaçant ε_z par sa valeur maximum ε_m, on trouve comme plus grande différence des temps de transit

$$(10)\qquad \Delta T = T_0 - T_1 = T_0\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_m}{ED}} - \frac{\varepsilon_m}{2ED} + \ldots\right)$$

$$\approx T_0\sqrt{\frac{\varepsilon_m}{ED}} = \sqrt{\frac{2m}{e}}\,\frac{\sqrt{\varepsilon_m}}{E} = 3{,}37.10^{-8}\,\frac{\sqrt{\varepsilon_m}}{E}.$$

L'énergie maximum ε_m d'un électron au moment de sa sortie de la photocathode est donnée par la loi d'Einstein

$$(11)\qquad e\varepsilon_m = h(\nu_{\max} - \nu_0),$$

où h est la constante de Planck, $\nu_{\max}$ la fréquence maximum de la lumière émise par le cristal et absorbée par la photocathode, ν_0 la limite rouge de la sensibilité de cette dernière.

Pour les photocathodes à couches antimoine-cæsium, la valeur ε_m est approximativement de 0,4 V, de manière que (10) devient

$$(12)\qquad \Delta T_m \approx \frac{2.10^{-8}}{E} \quad (\text{s}).$$

Pour $E = 2$ V/cm, on aura donc $\Delta T = 10^{-8}$ s, pour $E = 20$ V/cm, $\Delta T = 10^{-9}$ s.

Ces valeurs sont en réalité un peu pessimistes, car il n'y a que peu d'électrons possédant la vitesse maximum. On peut admettre, en première approximation, que la distribution des énergies initiales est une maxwellienne, l'énergie la plus probable ε_0 étant $\frac{\varepsilon_m}{4}$ [1], [2]. C'est seulement la composante

normale ε_z qui influe sur le temps de transit. Le nombre d'électrons émis par seconde comprenant des énergies initiales entre ε_z et $\varepsilon_z + \mathrm{d}\varepsilon_z$ est donné par

$$(13) \qquad \mathrm{d}N = N_0\, e^{-\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_0}}\, \mathrm{d}\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_0}.$$

Selon (10), on a avec une approximation suffisante

$$(14) \qquad \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_0} = \left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 \frac{ED}{\varepsilon_0}, \qquad \frac{\mathrm{d}\varepsilon_z}{\varepsilon_0} = \frac{2\Delta T}{T_0^2}\frac{ED}{\varepsilon_0}\Delta T.$$

Introduisant t au lieu de ΔT, on trouve comme forme d'impulsion du courant sur la première dynode

$$(15) \qquad i = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{2N_0}{T_0}\frac{ED}{\varepsilon_0}\frac{t}{T_0}\, e^{-\frac{t^2}{T_0^2}\frac{ED}{\varepsilon_0}} = I_0 \frac{t}{t_0}\, e^{-\frac{t^2}{t_0^2}},$$

avec

$$t_0 = T_0\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{ED}} = \frac{T_0}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_m}{ED}} = \frac{\Delta T_m}{2}.$$

Cette impulsion est représentée sur la figure 3. Sa largeur à mi-hauteur est de 1,125 t_0, voire à peu près la moitié de la valeur $\Delta T_{\max}$ calculée en (12).

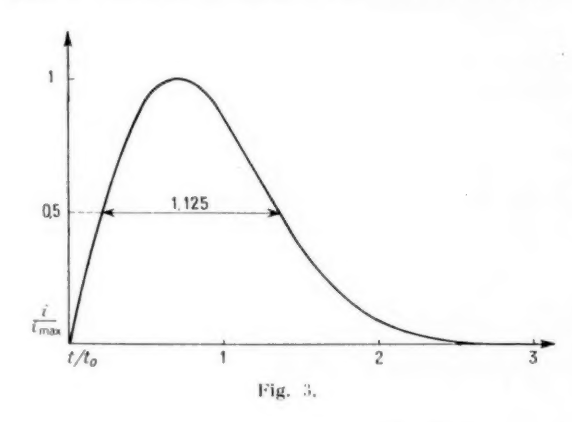


Fig. 3.

1.2. **Champ à symétrie sphérique** (*fig.* 4).

Soit E l'intensité du champ *à la photocathode* sphérique de rayon de courbure R. Le potentiel s'exprimera alors en coordonnées sphériques r, θ, χ

$$(16) \qquad \varphi = ER\left(\frac{R}{r} - 1\right).$$

En raison de la symétrie, il ne signifiera pas de restriction si l'on admet que l'électron part du point $r = R$, $\theta = 0$; la trajectoire ne dépendra pas alors de l'azimut χ. Appelons ε l'énergie initiale de cet électron, v sa vitesse en un point r, θ quelconque du champ

$$(17) \qquad v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 = \frac{2e}{m}\left[ER\left(\frac{R}{r} - 1\right) + \varepsilon\right].$$

Pendant un mouvement dans un champ central la valeur $r^2\dot{\theta}$ reste constante. Si l'électron est émis

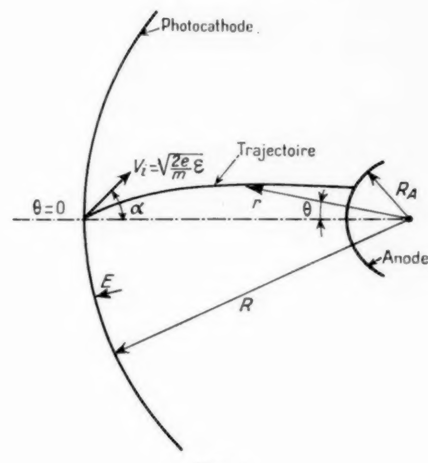


Fig. 4.

sous l'angle α par rapport à la normale à la cathode, on aura

$$(18) \qquad r^4\dot{\theta}^2 = r^2(r\dot{\theta})^2 = R^2\frac{2e\varepsilon}{m}\sin^2\alpha,$$

ce qui donne avec (17)

$$(19) \qquad \dot{r}^2 = \frac{2e}{m}\left[ER\left(\frac{R}{r} - 1\right) + \varepsilon\left(1 - \frac{R^2}{r^2}\sin^2\alpha\right)\right].$$

La solution de cette équation différentielle se trouve facilement. On obtient

$$(20) \qquad t = -\frac{R}{\sqrt{\frac{2e}{m}ER}} \times \int_1^{\rho=\frac{r}{R}} \frac{u\,\mathrm{d}u}{\sqrt{-\left(1 - \frac{\varepsilon}{ER}\right)u^2 + u - \frac{\varepsilon}{ER}\sin^2\alpha}}$$

$$= -\frac{R}{\sqrt{\frac{2e}{m}ER}}\frac{1}{1-\eta_1} \times \left\{\sqrt{\eta_1}\cos\alpha - \sqrt{-(1-\eta_1)\rho^2 + \rho - \eta_1\sin^2\alpha} - \frac{1}{2\sqrt{1-\eta_1}}\left(\arccos\frac{2\rho(1-\eta_1) - 1}{\sqrt{1 - 4\eta_1(1-\eta_1)\sin^2\alpha}} - \arccos\frac{1 - 2\eta_1}{\sqrt{1 - 4\eta_1(1-\eta_1)\sin^2\alpha}}\right)\right\},$$

avec

$$\rho = \frac{r}{R}, \qquad \eta = \frac{\varepsilon}{ER}.$$

Dans un cas réel, on aura toujours

$$\eta \ll \rho_A(1-\rho_A), \qquad \rho_A = \frac{R_A}{R},$$

R_A désignant le rayon de courbure de l'anode sphérique. Il est donc permis de développer (20) en une série suivant les puissances de $\sqrt{\eta} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{ER}}$. On trouve ainsi pour le temps de transit

$$(21) \quad T = \frac{R}{\sqrt{\frac{2e}{m}ER}} \times \Big\{ \sqrt{\rho_A - \rho_A^2} + \frac{1}{2}\arccos(2\rho_A - 1) - 2\sqrt{\eta}\cos\alpha - \eta\Big[\sqrt{\frac{1}{\rho_A} - 1}\,(\rho_A - 2\sin^2\alpha) + \frac{1}{4}\arccos(2\rho_A - 1)\Big] + \ldots\Big\}.$$

On voit que, contrairement au cas du champ homogène, le temps de transit ne dépend pas uniquement de la composante normale $\varepsilon\cos^2\alpha$ de l'énergie initiale, l'énergie tangentielle exerçant aussi une influence. Mais cette dernière est beaucoup plus faible; d'une part parce qu'elle est liée à un membre d'une puissance supérieure en ε, d'autre part à cause de la loi cosinusoïdale de Lambert de la distribution des directions d'émission, qui dérive de la distribution de Maxwell. En arrêtant donc la série après le membre contenant $\sqrt{\eta}$, on obtiendra comme différence de temps de transit par rapport à un électron sans énergie initiale

$$(22) \quad \Delta T \approx \frac{R}{\sqrt{\frac{2e}{m}ER}}\sqrt{\eta}\cos\alpha = \sqrt{\frac{2m}{e}}\,\frac{\sqrt{\varepsilon}\cos\alpha}{E}.$$

Cette équation est identique à celle du champ homogène [équ. (10)] si E représente toujours l'intensité du champ à la cathode. La forme et la largeur de l'impulsion du courant sur la première dynode est donc approximativement la même dans les deux cas.

A cause de l'indépendance du temps de transit (22) du rayon de courbure de la photocathode, il est permis de généraliser : la largeur de l'*impulsion du courant* tombant sur la première dynode *ne dépend pas, en première approximation de la forme du champ* de la cellule photoélectrique. Sa valeur est d'environ [équ. (12) et (15)]

$$(23) \qquad t_0 \approx \frac{10^{-8}}{E}\ \text{s},$$

où E représente l'intensité du champ sur la photocathode.

2. DIFFÉRENCE DES TEMPS DE TRANSIT DES ÉLECTRONS PARTANT DE DIFFÉRENTS POINTS DE LA PHOTOCATHODE.

Après avoir étudié le rôle des vitesses initiales des photoélectrons, examinons maintenant l'influence de leur point de départ, en supposant nulle leur énergie initiale.

Nous savons déjà qu'il existe des champs, dans lesquels tous les électrons auront des temps de transit absolument identiques : le champ homogène et le champ à symétrie sphérique. Ces deux configurations ne sont malheureusement pas exemptes d'inconvénients pratiques. En effet, on désire généralement que le diamètre extérieur de l'ampoule dépasse à peine le diamètre de la surface utile de la photocathode. D'autre part, la première dynode doit être située à une distance assez grande de la photocathode pour permettre une évaporation commode de l'antimoine (*voir* § 2.1). Il est alors nécessaire de monter plusieurs électrodes annulaires portées à des potentiels intermédiaires entre ceux de la cathode et de l'anode pour assurer une forme convenable aux surfaces équipotentielles. Le champ à symétrie sphérique aurait l'avantage par rapport au premier, surtout pour des cellules à grande photocathode, de focaliser les électrons sur une dynode d'un diamètre plus petit.

Nous étudierons encore trois autres champs à symétrie de révolution, représentable par des fonctions élémentaires et dont les trajectoires sont calculables de manière exacte sans trop de difficultés mathématiques : le champ à croissance quadratique du potentiel le long de l'axe, un deuxième champ à croissance cubique et le dernier à croissance exponentielle. Les résultats obtenus nous aideront ensuite à concevoir la forme pratique de la cellule.

2.1. **Champ à croissance quadratique du potentiel** (*fig.* 5).

E étant l'intensité du champ au milieu de la photocathode de forme hyperbolique, R le rayon de courbure au sommet, l'expression du potentiel

s'écrit

$$\varphi = ER\left(\zeta + \zeta^2 - \frac{1}{2}\rho^2\right), \tag{24}$$

avec

$$\zeta = \frac{z}{R}, \qquad \rho = \frac{r}{R}.$$

Les équations différentielles du mouvement électronique dans un plan méridien en coordonnées cylindriques r, z, χ sont

$$\begin{cases} m\ddot{z} = eE\left(1 + \dfrac{2z}{R}\right), \\ m\ddot{r} = -eE\dfrac{r}{R}. \end{cases} \tag{25}$$

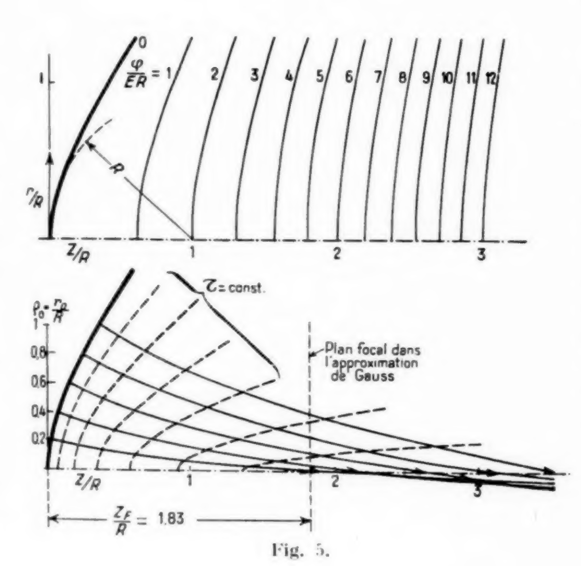


Fig. 5.

Introduisons, pour simplifier le calcul, le temps normalisé

$$\tau = \sqrt{\frac{2e}{m}ER}\,\frac{t}{R} = \frac{t}{t_1}, \tag{26}$$

donc comme unité de temps la grandeur

$$t_1 = \frac{R}{\sqrt{\dfrac{2e}{m}ER}} = 1{,}68.10^{-8}\sqrt{\frac{R}{E}} \quad (\text{s}). \tag{27}$$

Les équations (25) deviennent alors

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\zeta}{d\tau^2} = \dfrac{1}{2} + \zeta, \\ \dfrac{d^2\rho}{d\tau^2} = -\dfrac{\rho}{2}, \end{cases} \tag{28}$$

avec pour solutions (vitesses initiales nulles)

$$\begin{cases} \zeta = \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{1 + 2\rho_0}\cosh\tau - 1\right), \\ \rho = \rho_0 \cos\dfrac{\tau}{\sqrt{2}};\ \rho_0 = \dfrac{r_0}{R}, \end{cases} \tag{29}$$

r_0 étant la distance du point de départ de l'axe. Tous les électrons, indépendamment de la distance r_0 prendront le même temps

$$\tau_0 = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2{,}22 \tag{30}$$

pour arriver jusqu'à l'axe, mais les électrons marginaux pénétreront beaucoup plus loin dans la direction axiale que les électrons centraux (*fig.* 5 *b*).

On trouve la distance focale dans l'approximation de Gauss en introduisant la valeur (30) pour τ dans (29) pour $\rho_0 = 0$

$$\zeta_F = 1{,}832, \qquad z_F = 1{,}832\,R. \tag{31}$$

Le temps nécessaire au parcours d'un électron émis en un point ρ_0 de la photocathode jusqu'à ce plan focal est tiré de (29) et représenté sur la figure 6. Pour en déduire la forme de l'impulsion du courant dans ce plan, on remarquera que lorsque l'éclairement de la cathode est uniforme, le « poids » apporté au courant par une zone de rayon ρ_0 et de largeur $d\rho_0$ est de $2\pi\rho_0\,d\rho_0$, donc le courant partiel correspondant est directement proportionnel à ρ_0. La fonction représentée sur la figure 6 nous donne

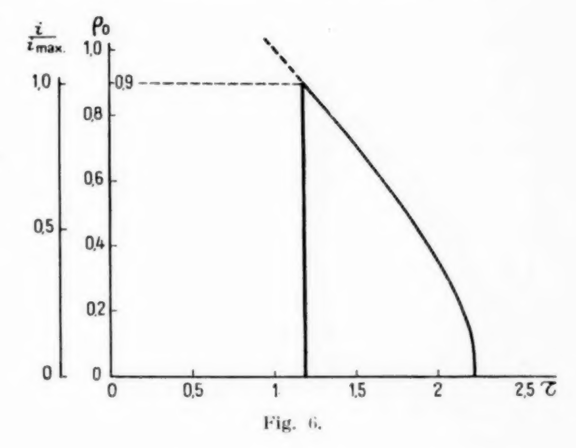


Fig. 6.

donc en même temps la forme de l'impulsion du courant.

Plaçant l'origine du temps τ au début de l'impulsion, on obtient la figure 7, où sont représentées les

impulsions obtenues dans des sections du faisceau à différentes distances de la cathode. Pour mieux pouvoir comparer ce cas aux autres, encore à étudier, on a choisi ici $\rho_{0max} = 0,9$. On voit que les variations sont insignifiantes dès que cette section est prise à une distance suffisante.

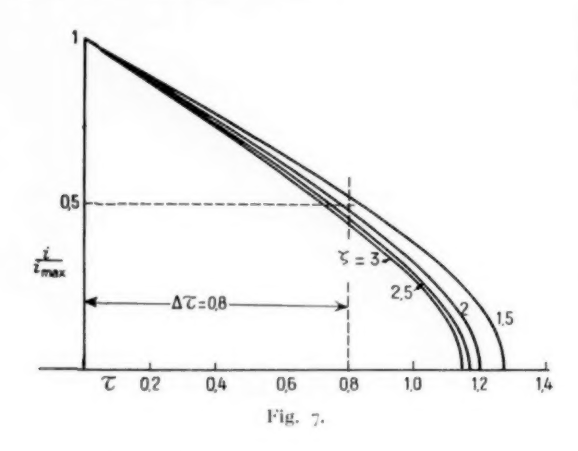


Fig. 7.

2.2. Champ à croissance cubique du potentiel (*fig.* 8).

En choisissant comme répartition du potentiel dans l'espace l'expression

$$(32)\qquad \begin{cases} \varphi = ER\zeta\left(1 + \frac{2}{3}\zeta^2 - \rho^2\right), \\ \zeta = \frac{z}{R}, \qquad \rho = \frac{r}{R}, \end{cases}$$

on obtient comme électrode au potentiel nul une partie plane perpendiculaire à l'axe pour $r < R$ et un hyperboloïde de révolution pour $r > R$. On a donc une photocathode plane avec des « coins » à angle droit souvent trouvés dans les cellules existantes et dont l'influence sur le temps de transit serait à étudier. Ici R est le rayon de la cathode plane et E l'intensité du champ au centre de la photocathode.

En introduisant comme précédemment un temps normalisé

$$(33)\qquad \tau = \sqrt{\frac{2e}{m}ER}\,\frac{t}{R},$$

on trouve les équations différentielles du mouvement électronique sous la forme

$$(34)\qquad \begin{cases} \frac{d^2\zeta}{d\tau^2} = \frac{1}{2} + \zeta^2 - \frac{1}{2}\rho^2, \\ \frac{d^2\rho}{d\tau^2} = -\rho\zeta. \end{cases}$$

La solution peut être représentée par une série suivant les puissances de τ

$$(35)\qquad \zeta = \sum_{n=2}^{\infty} a_n\tau^n, \qquad \rho = \rho_0\sum_{m=0}^{\infty} b_m\tau^m.$$

Comme l'origine des ζ tombe sur la cathode, ainsi que l'origine des τ, comme d'autre part on n'étudie que les électrons à vitesse initiale nulle, les deux premiers termes de la première série (avec $n = 0$ et $n = 1$) s'annulent. On calcule les autres coefficients en introduisant ces séries dans (34) par comparaison aux termes de la même puissance de τ.

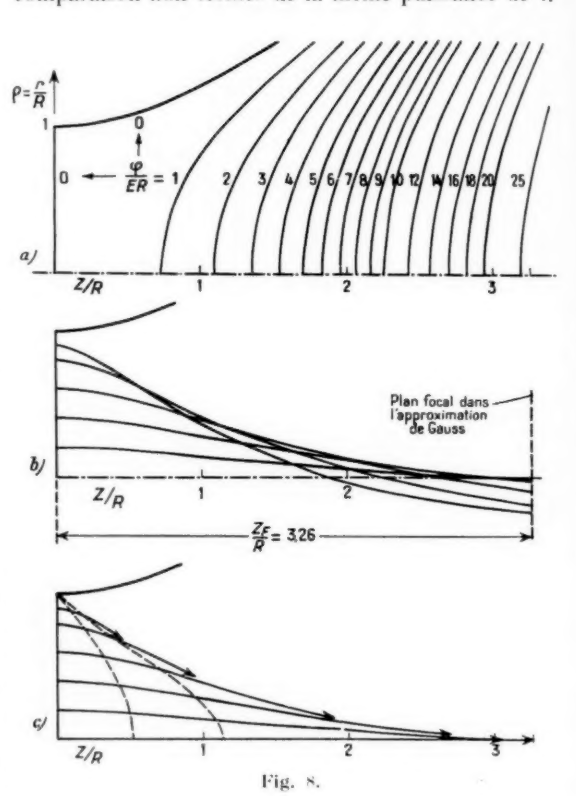


Fig. 8.

Un grand nombre de coefficients s'annulent ainsi de manière qu'il reste

$$(36)\qquad \begin{cases} \zeta = a_2\tau^2 + a_6\tau^6 + a_{10}\tau^{10} + a_{14}\tau^{14} + \ldots, \\ \rho = \rho_0(1 + b_4\tau^4 + b^8\tau^8 + b_{12}\tau^{12} + \ldots). \end{cases}$$

Les valeurs des coefficients résiduels sont données dans le tableau I.

Contrairement au champ précédent, les trajectoires (*fig.* 8 *b*) marginales coupent ici l'axe plus près de la cathode que les trajectoires centrales.

TABLEAU I (¹).

ρ_0	0.	0,2.	0,4.	0,6.	0,8.	0,9.	
a_2	2,500	2,400	2,100	1,600	0,9000	0,4750	$.10^{-1}$
b_4	−2,083	−2,000	−1,750	−1,333	−0,7500	−0,3958	$.10^{-2}$
a_6	2,083	1,947	1,563	1,013	0,4300	0,1821	$.10^{-3}$
b_8	5,580	5,095	3,771	2,000	0,4375	0,1060	$.10^{-5}$
a_{10}	11,57	10,27	6,956	3,167	0,6289	0,1207	$.10^{-6}$
b_{12}	1,354	1,245	0,9457	0,5412	0,1668	0,04507	$.10^{-7}$
a_{14}	5,564	4,811	2,998	1,163	0,1695	0,02270	$.10^{-8}$
b_{16}	1,474	1,177	0,5394	0,06979	−0,01503	0,007963	$.10^{-10}$
a_{18}	2,485	2,063	1,127	0,3375	0,03009	0,002612	$.10^{-10}$
b_{20}	1,425	−1,0022	−0,2510	+0,05353	−0,002365	+0,001611	$.10^{-13}$
a_{22}	10,61	8,477	4,092	0,9534	0,05067	0,002636	$.10^{-13}$

Les électrons marginaux arrivent aussi beaucoup plus tard à l'anode qui peut être n'importe quelle surface équipotentielle. L'instant d'arrivée de l'électron central au plan focal ($\zeta_F = 3{,}26$) est marqué par des flèches sur chaque trajectoire. La forme de l'impulsion du courant (*fig.* 9) est aussi le contraire du cas précédent. Sa forme ne varie pas pour des sections prises entre $\zeta = 1{,}0$ et $\zeta = \zeta_F$. Comme précédemment, la forme de l'impulsion est calculée pour $\rho_{0\,max} = 0{,}9$.

2.3. Champ à croissance exponentielle du potentiel (*fig.* 10).

Pour réaliser dans une ampoule cylindrique les deux champs étudiés précédemment, il faudrait prévoir comme pour les champs homogène ou sphérique des électrodes annulaires mises aux poten-

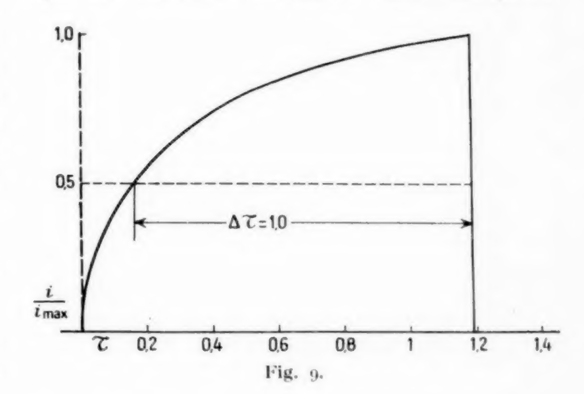


Fig. 9.

tiels intermédiaires. Cet inconvénient est évité lorsque l'on emploie un champ dont le potentiel croît comme sinh z le long de l'axe et dont la surface

(¹) Les coefficients sont déterminés à l'aide d'une machine à calculer jusqu'au sixième chiffre; les erreurs s'accumulant d'un coefficient au suivant, les nombres calculés ne sont connus qu'avec quatre chiffres significatifs.

exponentielle $\varphi = 0$ représente un cylindre fermé par un plan à $z = 0$ (*fig.* 10). Ce champ peut être représenté dans l'espace par

$$(37)\qquad \varphi = ER \sin h \frac{z}{A} J_0\left(\frac{r}{A}\right),$$

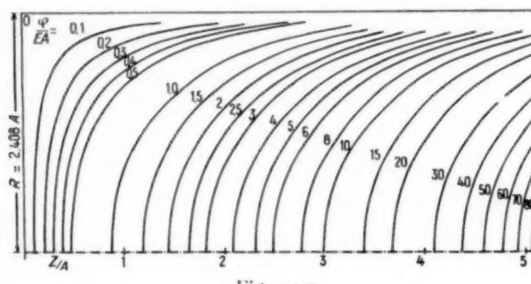


Fig. 10 *a*.

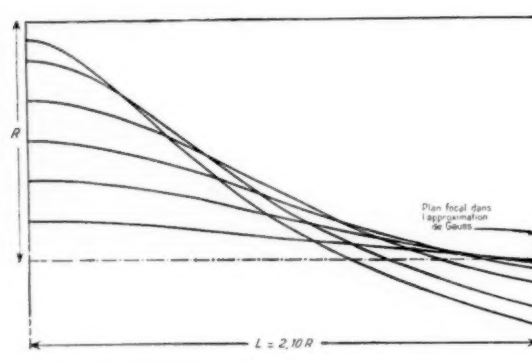


Fig. 10 *b*.

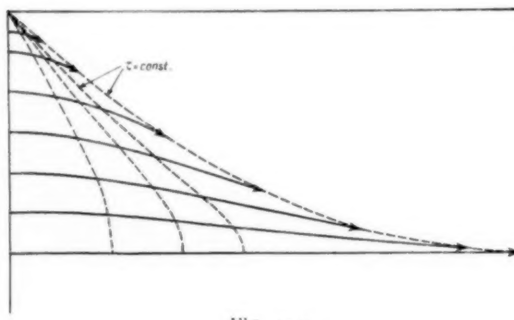


Fig. 10 *c*.

où A est une longueur qui, multipliée par 2,408, donne le rayon R du cylindre

$$(38)\qquad R = 2{,}408\, A.$$

E est, comme toujours, l'intensité du champ au centre de la cathode, $J_0(x)$ la fonction de Bessel de l'ordre 0.

Introduisons pour simplifier le calcul encore des grandeurs normalisées

$$(39)\qquad \zeta = \frac{z}{A}, \qquad \rho = \frac{r}{A}, \qquad \tau = \sqrt{\frac{2e}{m}EA}\,\frac{t}{A}.$$

Les équations du mouvement deviendront alors

$$(40)\qquad \begin{cases} \dfrac{d^2\zeta}{d\tau^2} = \cos h\,\zeta\, J_0(\rho), \\[2mm] \dfrac{d^2\rho}{d\tau^2} = -\sin h\,\zeta\, J_1(\rho). \end{cases}$$

On trouve la solution comme précédemment en forme d'une série

$$(41)\qquad \begin{cases} \zeta = a_2\tau^2 + a_6\tau^6 + a_{10}\tau^{10} + \ldots, \\ \rho = \rho_0(1 + b_4\tau^4 + b_8\tau^8 + \ldots). \end{cases}$$

La comparaison des coefficients est plus difficile à effectuer ici que dans le cas du champ (24) (la méthode suivie est traitée en annexe). Les coefficients calculés pour différents points de départ sont donnés dans le tableau II.

Les trajectoires sont représentées dans la figure 10 *b*. Les flèches marquent comme auparavant l'instant où l'électron central arrive au plan focal $\zeta_F = 5{,}07$, $z_F = 2{,}10\,R$. La forme de l'impulsion est analogue à celle du champ à croissance cubique, mais sa largeur est 1,6 fois plus grande (*fig.* 11).

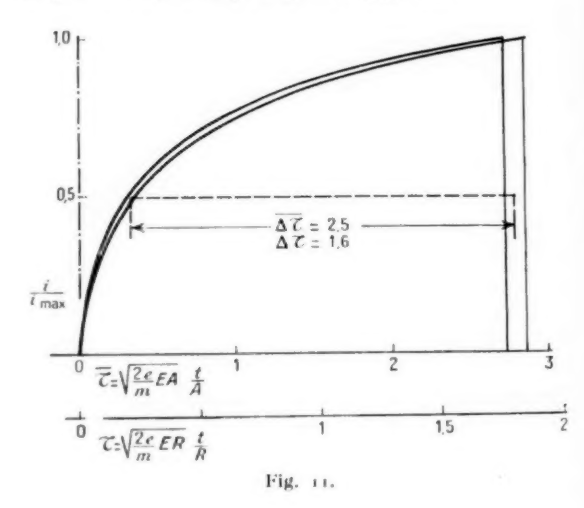


Fig. 11.

2.4. Comparaison des trois champs étudiés et conclusions pratiques.

En comparant les trois champs étudiés, on remarque tout de suite que le temps de transit est apparemment donné par l'intensité du champ au

TABLEAU II ([2]).

$\rho_0 = \frac{r_0}{A}$	0.	0,4.	0,8.	1,2.	1,6	2,0.	2,2.	
$\rho_0 = \frac{r}{R}$	0.	0,1661.	0,3322.	0,4984.	0,6645.	0,8306.	0,9136.	
a_2	5,00	4,80	4,23	3,36	2,28	1,120	0,552	$.10^{-1}$
$-b_4$	2,08	1,96	1,63	1,17	0,676	0,269	0,116	$.10^{-2}$
a_6	4,17	3,74	2,69	1,49	0,599	0,150	0,0530	$.10^{-3}$
$-b_8$	13,0	11,5	7,87	4,00	1,36	0,232	0,0529	$.10^{-5}$
a_{10}	52,1	44,7	27,9	12,0	3,11	0,314	0,0386	$.10^{-6}$
$-b_{12}$	93,7	76,9	41,5	13,7	2,29	0,124	0,0129	$.10^{-8}$
a_{14}	787	635	333	99,4	14,6	0,577	0,0334	$.10^{-9}$
$-b_{16}$	615	463	190	35,2	3,00	−0,0340	−0,00346	$.10^{-11}$
a_{18}	1295	978	421	85,8	7,07	0,109	0,00304	$.10^{-11}$

point du départ de l'électron et que les différences dans les temps du parcours sont dues au manque de l'uniformité de cette intensité à travers la surface de la photocathode. Ces différences sont nulles pour le champ homogène et le champ sphérique à intensité constante sur la photocathode. Au champ à croissance quadratique du potentiel, l'intensité augmente vers les bords de la cellule, les électrons marginaux arrivent plus tôt à l'anode que les électrons centraux. Les champs à croissance cubique et exponentielle, montrent l'effet contraire. L'intensité du champ diminue vers les bords, les électrons marginaux sont plus lents que les électrons centraux et la forme de l'impulsion du courant s'inverse. Cet effet est accentué surtout dans le dernier cas, le plus approprié à une réalisation pratique.

En examinant la carte de potentiel de ce dernier, on remarque que la distance entre deux surfaces équipotentielles éloignées de la photocathode varie moins que sur la cathode même. Il serait donc possible, en donnant à la cathode la forme de l'une d'elles, d'obtenir une intensité plus uniforme. Les intensités du champ le long de ces équipotentielles ont été calculées, le résultat du calcul est représenté sur la figure 12. On voit que l'on atteint une certaine uniformité pour les équipotentielles $\frac{\varphi}{EA} = 0{,}3$ à $0{,}5$. En se reportant à la carte (*fig.* 10 *a*), on voit que 60 % seulement du diamètre $2R$ seront utilisables et que les trajectoires partant des points marginaux de la cathode couperont l'axe encore plus près de cette dernière. La focalisation sera donc plus mauvaise qu'auparavant.

La comparaison de trois champs fait apparaître encore le fait que le potentiel, mesuré en fonction de ER, atteint les valeurs 5; 26 et $\frac{80}{2{,}41} = 33$ dans les plans focaux de ces dispositifs. Si le potentiel de la première dynode supposée confondue avec ce plan était maintenu fixe, l'intensité E à la cathode

([2]) Les coefficients sont calculés ici avec trois chiffres significatifs parce que les tables utilisées de Jahnke-Emde donnent les fonctions de Bessel avec quatre chiffres seulement.

varierait dans des proportions inverses, de manière que la largeur d'impulsion pour le premier champ serait $\frac{1,6}{0,8}\sqrt{\frac{33}{5}} = 5$ fois plus courte que celle du dernier. Si, cependant, on plaçait la dynode à l'endroit de meilleure focalisation du faisceau électro-

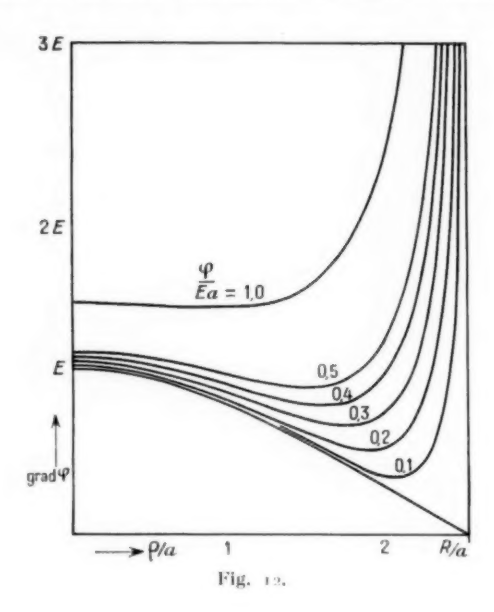


Fig. 12.

nique, les valeurs du potentiel anodique seraient $\frac{\varphi}{ER} = 12$; 10 et $\frac{13}{2,4} = 5,5$ et les largeurs relatives des impulsions 1; $\frac{1,0}{0,8}\sqrt{\frac{10}{12}} = 1,14$; $\frac{1,6}{0,8}\sqrt{\frac{5,5}{12}} = 1,08$, donc presque égales. L'effet devient donc moins nuisible lorsque la position de l'anode est convenablement choisie.

3. ÉTUDE DE LA FOCALISATION DU PHOTOMULTIPLICATEUR C. S. F. G 510.

Pour réaliser ce tube, de diamètre 50 mm, il a fallu tenir compte, en plus des considérations théoriques précédentes d'un certain nombre d'exigences imposées soit par la technologie, soit par les caractéristiques désirées.

a. La qualité de la photocathode étant à la base même des performances du PM, les exigences technologiques liées à sa formation doivent prendre le pas sur toutes les autres. C'est ainsi que nous avons tenu à conserver la méthode d'évaporation et d'activation dite « à évaporateur escamotable ». Ce processus, qui permet l'obtention de couches photoémissives particulièrement stables et uniformes, exige un queusot latéral disposé comme l'indique la figure 3.

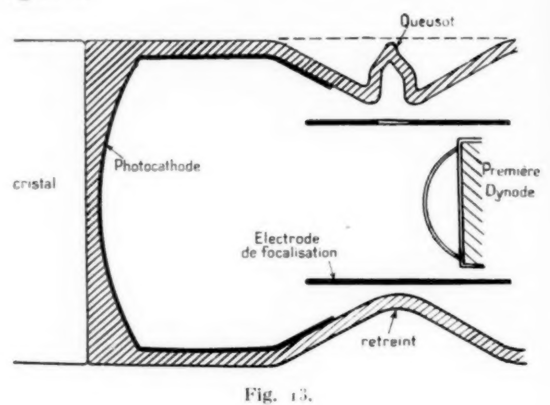


Fig. 13.

b. Le diamètre utile de la photocathode doit atteindre au moins 80 % du diamètre extérieur du PM.

c. La condition de meilleure uniformité est correctement satisfaite en plaçant les évaporateurs d'antimoine et de cæsium au voisinage du centre de courbure de la photocathode, ce qui détermine la position du queusot permettant leur introduction.

On est ainsi conduit à une distance photocathode-queusot de l'ordre du diamètre de la cellule.

d. Pour des raisons de commodité d'emploi, il est souhaitable que le queusot ne constitue pas une protubérance sur le corps de la cellule. Une gêne certaine en résulterait notamment pour résoudre les problèmes éventuels de blindage magnétique ou statique.

Cette nouvelle exigence se traduit par un retreint de révolution sur le corps du tube, tel que l'extrémité du queusot ne dépasse pas le niveau du cylindre ayant pour base la glace avant du PM.

e. Le diamètre extérieur maximum des électrodes de focalisation doit permettre leur libre passage dans le retreint ci-dessus mentionné.

f. La première dynode se trouve obligatoirement à une distance de la photocathode légèrement supérieure à celle du queusot afin de laisser libre l'emplacement des évaporateurs au moment de l'activation.

g. Bien que ces conditions soient moins impératives, il reste souhaitable pour la simplicité des circuits d'alimentation que le nombre d'électrodes de focalisation soit réduit au minimum et que la

tension photocathode-première dynode n'excède pas deux fois la tension normale interdynodes des étages multiplicateurs normaux.

Le problème à résoudre en fin de compte est de déterminer une optique électronique dont la configuration correspond à des variations de temps de transit inférieures à 10^{-8} s entre les électrons centraux et les électrons marginaux, tout en respectant les sept conditions précédentes (³).

Différents essais à la cuve rhéographique nous ont permis d'aboutir à la réalisation de la figure 14.

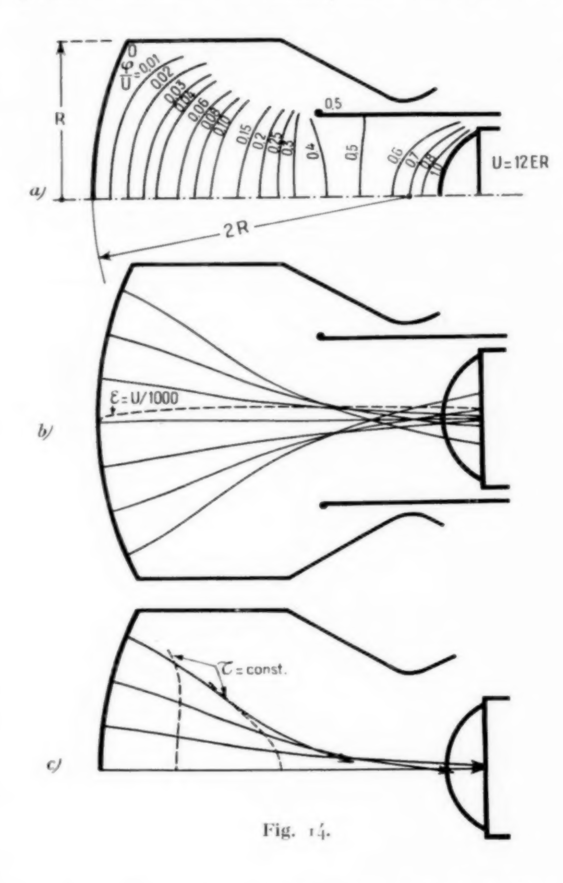


Fig. 14.

Les paragraphes *a*, *b*, *c*, *d*, *e* sont bien satisfaits et l'électrode de focalisation, unique et de faible diamètre, peut être mécaniquement liée au montage des dynodes.

En *e*, on demande une uniformité de la sensibilité sur toute la surface de la photocathode. Cela implique, outre l'uniformité de la couche photosensible, que les électrons émis de n'importe quel point de la photocathode arrivent *tous* sur la première dynode. La trajectoire tracée en pointillé sur la figure 14 *b* pour un électron émis du centre de la photocathode tangentiellement à sa surface avec une énergie initiale de $\frac{eU}{1000}$ montre qu'il en est bien ainsi. On voit qu'en ajoutant la distance au centre de son point d'impact à n'importe quelle trajectoire d'un électron d'énergie initialle nulle, on ne dépasse pas le rayon de la dynode. On peut donc s'attendre à une bonne uniformité de la sensibilité.

En plus de son rôle de focalisation, l'électrode intermédiaire, positive par rapport à la photocathode, rend plus uniforme la répartition de l'intensité du champ à sa surface. Les temps de transit des électrons partant de différents points de la cathode sont, par conséquent, moins différents que ceux des trois dispositifs du paragraphe précédent. Ces temps sont calculés par le procédé expliqué dans la section 1 à l'aide de la formule (2) en recherchant le temps partiel nécessaire pour parcourir l'espace entre deux lignes équipotentielles [form. (1)] et ensuite la somme de valeurs trouvées. Les flèches sur les trajectoires de la figure 14 *c* marquent l'instant où l'électron central arrive à la première dynode.

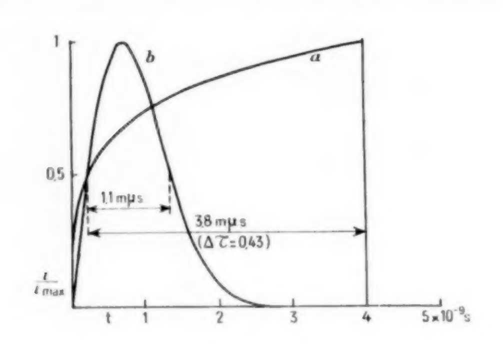
Remarquons que, les électrons étant beaucoup plus rapides à la proximité de l'anode, les distances entre l'extrémité d'une flèche et l'anode ne sont pas proportionnelles aux différences correspondantes du temps; elles sont beaucoup plus grandes au voisinage de la dynode.

On remarque mieux encore l'amélioration en considérant la largeur de l'impulsion du courant sur la première dynode (*fig.* 15, $\Delta\tau = 0{,}4$). Elle est quatre fois plus petite que celle du troisième dispositif du paragraphe précédent. La largeur réelle à mi-hauteur de l'impulsion se monte à $3{,}8.10^{-9}$ s. Pour 300 V sur la première dynode on trouve l'impulsion résultante par composition de deux courbes. Sa largeur est curieusement plus petite que celle où l'on ne tient pas compte de vitesses initiales. Ces dernières ne contribuent donc en rien à la largeur résultante pourvu que la largeur de l'impulsion due aux différents points de départ la dépasse largement.

Notons pour terminer cette étude du PM de 50 mm de diamètre que l'abandon des exigences *d*, *e*, *f* permettraient une nouvelle amélioration sensible de

(³) Pour le comptage des scintillations, on demande en outre une face extérieure plane, mais cela n'impose pas une photocathode plane à l'intérieur du PM, et nous n'avons pas considéré cette exigence supplémentaire.

l'optique électronique. En rapprochant, en effet, la première dynode jusqu'à l'emplacement de la section minimum du faisceau, c'est-à-dire jusqu'à l'équipotentielle $\varphi = 0,4$ à $0,5\,ER$, on pourrait augmenter l'intensité E dans le rapport 2 à 2,5,



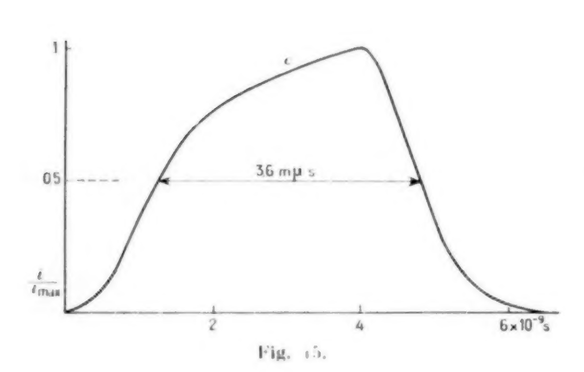


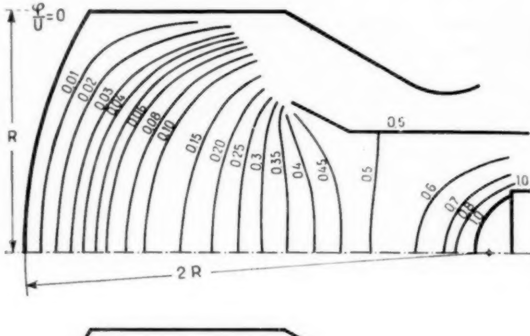
Fig. 15.

ce qui réduirait la largeur de l'impulsion à 60 ou 70 % de sa largeur actuelle. D'autre part, il serait permis d'introduire une électrode focalisatrice en forme d'entonnoir (tronconique), l'uniformité de l'intensité du champ à la cathode en serait améliorée, d'où une nouvelle diminution de la durée de l'impulsion.

4. FOCALISATION DU PHOTOMULTIPLICATEUR C. S. F. G 810.

Les dimensions de la photocathode du PM G 810, 80 mm de diamètre rendent précisément inutiles les conditions *d*, *e*, *f* dont nous venons de signaler les effets nuisibles.

La figure 16 montre le champ, les trajectoires et les isochrones pour le PM G 810 à électrode de focalisation tronconique. L'élargissement des impulsions est indiqué sur la figure 17. Malgré un plus grand rayon R, la durée de l'impulsion est réduite de 20 % par rapport à la cellule de 50 mm ($3,2 \cdot 10^{-9}$ s).



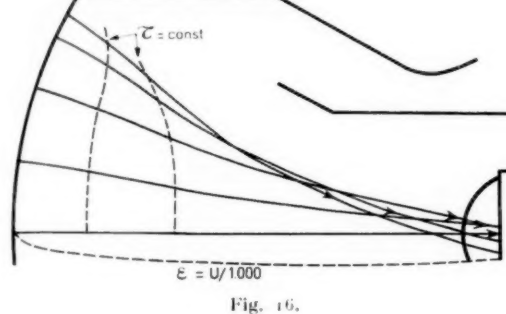
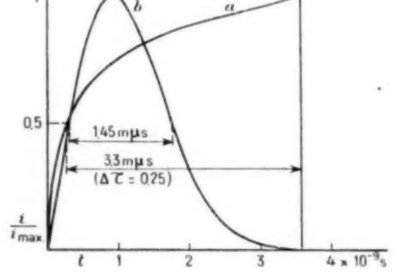


Fig. 16.



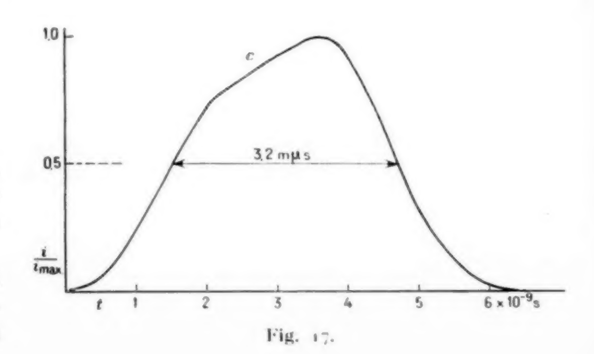


Fig. 17.

CONCLUSIONS.

Nous avons vu que pour réduire la durée de l'impulsion du courant produite à la sortie d'un photomultiplicateur par une scintillation instantanée, il faut :

1° utiliser une photocathode concave;

2° uniformiser autant que possible l'intensité du champ à la cathode;

3° augmenter au maximum la valeur de cette intensité.

Limités par des exigences de commodité ou de nature purement technologiques, nous avons étudié la focalisation pour deux types de cellules :

a. G 510 : diamètre, 50 mm; élargissement de l'impulsion $3,6.10^{-9}$ s pour une tension de 300 V sur la première dynode;

b. G 810 : diamètre, 80 mm; élargissement de l'impulsion, $3,2.10^{-9}$ s pour la même tension.

Comme ces durées restent bien au-dessous des élargissements produits par d'autres causes, on peut considérer que le problème posé a été convenablement résolu.

REMERCIEMENTS.

Les résultats que nous venons d'exposer ci-dessus ont été obtenus au cours d'une étude de photomultiplicateurs entreprise à la demande du Service des Constructions Électriques du Centre d'Études Nucléaires de Saclay. Ce travail a été exécuté au Laboratoire « Tubes à Images » dirigé par M. Ch. Dufour que je tiens à remercier vivement pour ses précieux conseils.

Je remercie aussi pour son étroite collaboration M. Véron qui a dû surmonter maintes difficultés technologiques lors de la réalisation du tube ainsi que M. Guillery qui a relevé les cartes de potentiel à la cuve rhéographique et dessiné les trajectoires.

ANNEXE.

Nous allons effectuer ici le calcul des coefficients des séries suivant les puissances du temps normalisé τ, obtenues lors de la résolution des équations différentielles pour les coordonnées ζ et ρ des trajectoires électroniques.

Dans le cas du champ à croissance cubique du potentiel, les équations différentielles étaient

$$(34)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2\zeta}{d\tau^2} &= \frac{1}{2} + \zeta^2 - \frac{1}{2}\rho^2, \\ \frac{d^2\rho}{d\tau^2} &= -\rho\zeta \end{aligned} \right.$$

et les séries pour les coordonnées de la trajectoire

$$(36)\quad \left\{ \begin{aligned} \zeta &= a_2\tau^2 + a_6\tau^6 + a_{10}\tau^{10} + \ldots, \\ \rho &= \rho_0(1 + b_4\tau^4 + b_8\tau^8 + b_{12}\tau^{12} + \ldots). \end{aligned} \right.$$

Pour calculer les coefficients a_n, b_n, on différencie les séries (36), on les multiplie membre à membre si nécessaire, puis on introduit le résultat dans (34) et l'on compare les termes de la même puissance de τ. On établit ainsi des formules de récurrence, le premier coefficient a_2 se calculant directement à partir de l'équation différentielle. On obtient ainsi

$$(42)\quad \left\{ \begin{aligned} a_2 &= \frac{1}{4}(1 - \rho_0^2), \\ b_4 &= -\frac{1}{12}a_2, \\ a_6 &= \frac{1}{30}(a_2^2 - \rho_0 b_4), \\ b_8 &= -\frac{1}{56}(a_6 + a_2 b_4), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \right.$$

Le calcul de coefficients des séries dans le cas du champ à croissance exponentielle du potentiel est un peu plus complexe. Les équations différentielles étaient [1]

$$(43)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2\zeta}{d\tau^2} &= \cos h\,\zeta\, J_0(\rho), \\ \frac{d^2\rho}{d\tau^2} &= \sin h\,\zeta\, J'_0(\rho) = -\sin h\,\zeta\, J_1(\rho). \end{aligned} \right.$$

Développons $\sin h\,\zeta$ et $\cos h\,\zeta$ en série de Mc Laurin :

$$(44)\quad \left\{ \begin{aligned} \sin h\,\zeta &= \zeta + \frac{1}{3!}\zeta^3 + \frac{1}{5!}\zeta^5 + \ldots, \\ \cos h\,\zeta &= 1 + \frac{1}{2!}\zeta^2 + \frac{1}{4!}\zeta^4 + \ldots \end{aligned} \right.$$

Développons de même $J_0(\rho)$ et $J'_0(\rho)$ en séries de Taylor autour de la valeur ρ_0

$$(45)\quad \left\{ \begin{aligned} J_0(\rho) &= J_0(\rho_0 + \varepsilon) = J_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon}{1!}J'_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon^2}{2!}J''_0(\rho_0) + \ldots, \\ J'_0(\rho) &= J'_0(\rho_0 + \varepsilon) = J'_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon}{1!}J''_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon^2}{2!}J'''_0(\rho_0) + \ldots \end{aligned} \right.$$

Les dérivées J^n_n peuvent être réduites par des formules de récurrence connues [3] aux fonctions $J_0(\rho_0)$

(1) Pour simplifier, nous n'écrivons pas ici les traits au-dessus des lettres.

et $J'(\rho_0)$. Nous ne les introduisons pas ici pour plus de clarté.

En multipliant (44) et (45) membre à membre et en introduisant le résultat dans (43), on obtient

$$(46)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2\zeta}{d\tau^2} &= J_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon}{1\,!} J'_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon^2}{2\,!} J''_0(\rho_0) + \ldots \\ &\quad + \frac{1}{2\,!}\zeta^2 \left[J_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon}{1\,!} J'_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon^2}{2\,!} J''_0(\rho_0) + \ldots \right] \\ &\quad + \frac{1}{4}\zeta^4 \left[J_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon}{1\,!} J'_0(\rho_0) + \ldots \right] + \ldots, \\ \frac{d^2\rho}{d\tau^2} &= \frac{\zeta}{1\,!} \left[J'_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon}{1\,!} J''_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon^2}{2\,!} J'''_0(\rho_0) + \ldots \right] \\ &\quad + \frac{\zeta}{3\,!} \left[J'_0(\rho_0) + \frac{\varepsilon}{1\,!} J''_0(\rho_0) + \ldots \right] + \ldots. \end{aligned} \right.$$

On développe maintenant comme auparavant ζ et ρ en séries

$$(47)\quad \left\{ \begin{aligned} \zeta &= a_2\tau^2 + a_6\tau^6 + a_{10}\tau^{10} + \ldots, \\ \varepsilon &= \rho - \rho_0 = \rho_0(b_4\tau^4 + b_8\tau^8 + b_{12}\tau^{12} + \ldots). \end{aligned} \right.$$

On introduit ensuite ces séries après une double différenciation ou une multiplication dans les équations (46) et l'on compare les termes de la même puissance en (47).

Le calcul donne

$$(48)\quad \left\{ \begin{aligned} a_2 &= \frac{1}{2} J_0(\rho_0), \\ b_4 &= \frac{1}{12\rho_0} a_2 J'_0(\rho_0), \\ a_6 &= \frac{1}{30} \left[\frac{a_2^2}{2\,!} J_0(\rho_0) + \rho_0 b_4 J'_0(\rho_0) \right], \\ b_8 &= \frac{1}{56\rho_0} \left[\left(a_6 + \frac{a_2^3}{3\,!} \right) J'_0(\rho_0) + a_2\rho_0 b_4 J''_0(\rho_0) \right], \\ a_{10} &= \frac{1}{90} \left[\left(a_2 a_6 + \frac{a_2^4}{4\,!} \right) J_0(\rho_0) \right. \\ &\qquad \left. + \rho_0 \left(b_8 + \frac{a_2^2}{2\,!} b_4 \right) J'_0(\rho_0) + \frac{\rho_0^2 b_4^2}{2\,!} J''_0(\rho_0) \right], \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \right.$$

BIBLIOGRAPHIE.

[1] J. H. DE BOER, *Elektronen-Emissions-und Adsorptionserscheinungen*, 1935.

[2] G. WENDT, *Ann. Radioélectr.*, t. 10, janvier 1955, p. 74.

[3] JAHNKE-EMDE, *Funktionentafeln*, 1933.

UN ALTIMÈTRE RADIOÉLECTRIQUE A MODULATION DE FRÉQUENCE

PAR G. COLLETTE ET R. LABROUSSE,

Service « Aviation » de la Société Française Radioélectrique.

SOMMAIRE. — *Après avoir rappelé le principe de l'altimètre à modulation de fréquence, les auteurs donnent une description de l'altimètre* AM.210 *étudié dans les laboratoires de la Société française radioélectrique et fabriqué en série par cette Société. Dans une troisième partie, ils examinent le problème posé par le couplage entre antennes encastrées et les répercussions de ce signal de couplage sur le fonctionnement de l'altimètre* AM.210, *puis, ils résument dans une dernière partie les caractéristiques et les performances de l'altimètre* AM.210.
(C.D.U. : 621.396.962.2).

SUMMARY. — *After estating the principle of the frequency modulated altimeter, the authors describe the AM* 210 *altimeter developed in the laboratories of the* Société Française Radio électrique *and produced in quantity by that company. In part* III, *they examine the problem of coupling between suppressed aerials and the repercussions of this coupling signal on the operation of the AM* 210 *altimeter. In part IV they set out the characteristics and performance of the AM* 210 *altimeter.* (U.D.C. : 621.396.962.2).

I. INTRODUCTION.

La nécessité pour un pilote de connaître avec précision la distance séparant son avion du sol a suscité des efforts nombreux depuis près de 30 ans. Cet efforts ont abouti, il y a une dizaine d'années, à la réalisation d'altimètres absolus, donnant satisfaction aux pilotes, et utilisés journellement depuis la dernière guerre. L'altimètre absolu se présente comme un appareil complétant l'altimètre barométrique et non comme un appareil le remplaçant.

Un grand nombre de systèmes ont été imaginés pour réaliser des altimètres absolus. Un court exposé du principe de ces altimètres est donné par B. A. Sharpe dans deux publications [1], [2].

Actuellement, seuls les altimètres radioélectriques sont utilisés. Une onde électromagnétique est émise de l'avion et reçue à bord de l'avion après avoir été réfléchie par le sol. La distance entre l'avion et le sol, ou hauteur, est obtenue en mesurant le temps de parcours aller et retour de l'onde électromagnétique.

En émettant une onde modulée par impulsions, la portée est importante (de l'ordre de 20 000 m) grâce à la grande puissance de crête obtenue. Mais ce type d'altimètre n'est pas actuellement utilisable en dessous d'une hauteur de 150 m, correspondant à un temps de parcours de 1 μs.

En émettant une onde modulée en fréquence, on obtient un fonctionnement correct pour les faibles hauteurs, mais la portée réellement utilisable est réduite à 1500 m.

L'altimètre radioélectrique, type AM.210, étudié par la Société française radioélectrique, est un altimètre à modulation de fréquence. Il permet la mesure des hauteurs jusqu'à 1500 m. Une échelle de 0 à 300 m donne une précision plus grande pour les vols à basse altitude et l'atterrissage. Un système présélecteur d'altitude permet de voler à hauteur prédéterminée sans consulter l'indicateur, en consultant uniquement l'une des trois ampoules colorées. Les antennes sont encastrées dans l'avion, ce qui permet l'utilisation de cet altimètre sur les avions à réaction.

D'autres utilisations possibles des altimètres à modulation de fréquence sont le pilotage automatique, la descente suivant une courbe prédéterminée pour atterrir ou l'asservissement d'un appareil photographique à déroulement continu. En effet, l'altimètre radioélectrique se prête bien à l'obtention d'une indication $h + K\frac{dh}{dt}$ (en appe-

lant h la hauteur de l'avion), et l'indication de h sous forme électrique permet aisément son introduction dans un calculateur électromécanique.

2. THÉORIE DE L'ALTIMÈTRE A MODULATION DE FRÉQUENCE.

2.1. Principe de fonctionnement.

La théorie générale de l'altimètre à modulation de fréquence a été complètement exposée dans les publications de Sharpe [1] et surtout celles de Giroud et Couillard [3]. Nous ne ferons ici qu'un exposé assez succinct.

Une onde modulée en fréquence est émise vers le sol par l'intermédiaire d'une antenne; après réflexion sur le sol, cette onde est reçue par une deuxième antenne qui est connectée à un mélangeur symétrique. Le signal hétérodyne est fourni à ce mélangeur directement par l'émetteur à travers un chemin de longueur électrique négligeable. La fréquence de battement f obtenue est utilisée dans un système de mesure. Nous décrirons plus loin les systèmes de mesure utilisés.

Examinons le système de modulation le plus simple théoriquement (*fig.* 1) : la modulation de

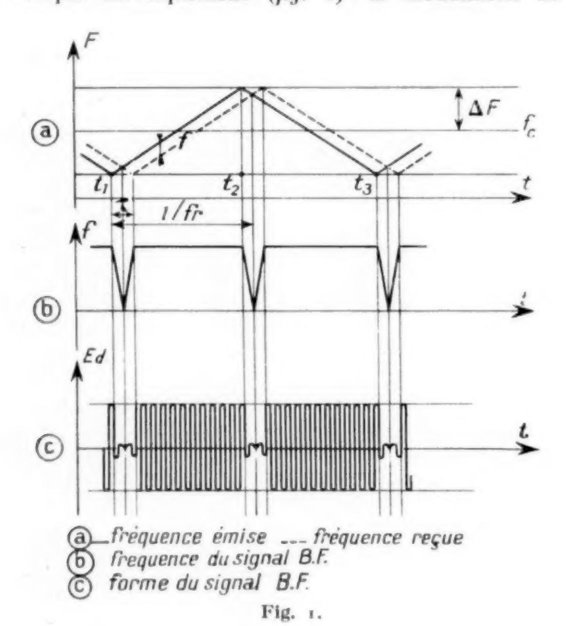


Fig. 1.

fréquence en dents de scie symétriques à la fréquence f_r. La figure 1 *a* représente la variation en fonction du temps des fréquences d'émission et de réception : le signal reçu est décalé sur le signal émis d'un temps τ donné par la relation

$$\tau = \frac{2h}{c}$$

(c est la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans l'air). On a la relation

$$\frac{f}{\tau} = \frac{2\Delta F}{\frac{1}{2f_r}}.$$

Généralement, la modulation est obtenue mécaniquement au moyen d'un condensateur variable en forme de papillon ou d'un condensateur en forme de cylindre fendu diamétralement; appelons Ω la vitesse angulaire de cet organe de modulation.

On obtient ainsi

$$h = \frac{cf}{16\Omega\Delta F} \tag{1}$$

ou

$$h = \frac{cf}{8f_r\Delta F}, \tag{1'}$$

avec $f_r = 2\Omega$, fréquence de modulation.

L'équation (1) montre que h peut théoriquement être mesurée en mesurant l'un des trois paramètres :

f, fréquence de battement;
Ω, vitesse de modulation;
ΔF, excursion de fréquence,

et en maintenant les deux autres paramètres constants, ou en leur donnant des valeurs discrètes pour obtenir des sous-gammes de mesure.

La figure 1 *b* montre la variation de la fréquence instantanée pendant le cycle de modulation; cette variation peut être considérée comme négligeable, car en pratique on ne dépasse pas la valeur de $\tau = 2\,\mu\text{s}$ et $\frac{1}{f_r}$ est de l'ordre de $4\,000\,\mu\text{s}$.

La figure 1 *c* donne la forme de la tension de battement à la sortie du mélangeur équilibré.

Remarque. — Une modulation de fréquence sinusoïdale peut également être employée et la relation (1′) est toujours valable [1].

2.2. Système de mesure à fréquence variable.

Comme on peut le voir sur l'équation (1), la hauteur de l'avion au-dessus du sol est proportionnelle à la fréquence de battement f à condition de maintenir la vitesse de modulation Ω et l'excursion ΔF constantes avec des tolérances qui sont les éléments de la précision de l'altimètre.

On mesure ainsi f et le changement d'échelle est obtenu en changeant la valeur de la vitesse Ω (AM.210) ou de l'excursion ΔF (AVQ.6).

Le schéma de la figure 2 représente les circuits généralement utilisés dans les altimètres à mesure de la fréquence de battement. Cette fréquence est amplifiée à la sortie du mélangeur équilibré au moyen d'un amplificateur sélectif à large bande, suivi d'un étage limiteur. La fréquence de battement est comptée par un système compteur de fréquence qui mesure la fréquence moyenne de battement. Le courant obtenu alimente un milliampèremètre étalonné directement en hauteur qui est l'indicateur.

Fig. 2.

Ce système de mesure est simple et généralement l'amplificateur sélectif est à commande automatique de sélectivité (*voir* § 3.5). On est conduit à un altimètre à deux échelles, car :

— le compteur de fréquence reste difficilement linéaire au-dessus de 20 kc/s;

— il est plus aisé de contrôler la courbe de réponse de l'amplificateur de 0,5 à 25 kc/s que de 0,5 à 125 kc/s;

— le bruit augmente avec la bande passante de l'amplificateur.

2.3. Système de mesure à vitesse de modulation variable.

Comme on peut le voir sur l'équation (1), la hauteur de l'avion au-dessus du sol est inversement proportionnelle à la vitesse de modulation Ω à condition de maintenir la fréquence f et l'excursion ΔF constantes. On mesure h par l'intermédiaire de Ω en asservissant la vitesse de modulation Ω à la hauteur h; on obtient le changement d'échelle en changeant la valeur de la fréquence f ou de l'excursion ΔF.

Le schéma de la figure 3 représente les circuits de mesure utilisés. La fréquence de battement est amplifiée à la sortie du mélangeur équilibré au moyen d'un amplificateur sélectif à bande étroite et à fréquence fixe, suivi d'un étage limiteur. La fréquence de battement est maintenue fixe en asservissant la vitesse du moteur de modulation : elle est mesurée au moyen d'un compteur de fréquence à forte pente (réalisable, car fonctionnant dans une bande très étroite sans conditions de linéarité trop sévères). La tension continue obtenue est comparée à une tension de référence. La tension erreur est amplifiée pour commander la vitesse du moteur de modulation. L'indicateur est un système de mesure de la vitesse du moteur de modulation : un enroulement tachymétrique sur ce moteur, par exemple.

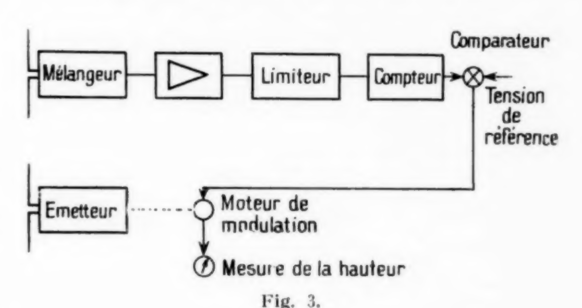


Fig. 3.

Ce système de mesure est plus compliqué que le système de mesure de la fréquence de battement. De plus il n'est pas utilisable pratiquement car, pour réaliser un altimètre pouvant fonctionner jusqu'à 300 m et en considérant une altitude résiduelle au sol de 15 m, on devrait utiliser un moteur ayant sensiblement un rapport 20 entre les vitesses maxima et minima. Avec les moteurs actuels on ne peut espérer obtenir un rapport plus grand que 10. De plus, une difficulté supplémentaire d'affichage de la hauteur se présente du fait que h est proportionnel à $\frac{1}{\Omega}$ [form. (1)].

Nous n'avons exposé le principe de ce système que parce qu'il sert d'intermédiaire entre le système de mesure de la fréquence et le système de mesure mixte de fréquence et de vitesse.

2.4. Système de mesure mixte (fréquence et vitesse).

Un tel système permet d'éviter le changement d'échelle. L'altimètre fonctionne à fréquence variable et à vitesse de modulation fixe de 0 à 300 m (par exemple), puis à vitesse de modulation variable et à fréquence fixe de 300 à 1500 m (par exemple).

On évite les deux difficultés rencontrées lorsque

l'on veut obtenir un altimètre à une seule échelle :

— bande de fréquence trop grande pour les altimètres à fréquence variable;

— rapport de vitesse trop élevé pour les altimètres à vitesse variable.

Le schéma de la figure 4 représente les circuits généralement utilisés dans les altimètres à mesure mixte de fréquence et de vitesse. Le signal est amplifié et compté comme dans un altimètre à mesure de la fréquence de battement, mais lorsque la fréquence de battement a atteint la valeur correspondant à 300 m (pour l'exemple choisi), le système de contrôle de vitesse entre en action et la vitesse de modulation décroît tandis que la fréquence de battement reste fixe.

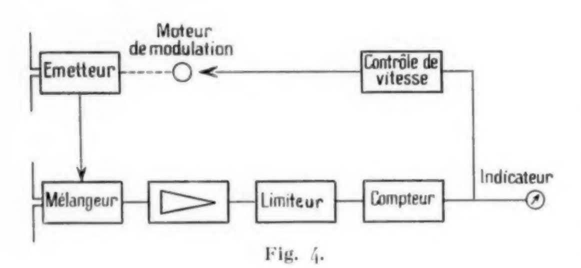


Fig. 4.

L'altimètre comprend ainsi un système de contrôle de la vitesse du moteur de modulation qui permet de passer automatiquement du mode de fonctionnement « mesure de fréquence » au mode de fonctionnement « mesure de vitesse ». Ce système de contrôle de vitesse agit en particulier sur un comparateur de tensions continues : la tension de sortie de ce comparateur contrôle, après amplification, un autre moteur qui sert d'indicateur. La position de l'indicateur est la grandeur d'entrée du système de contrôle de vitesse (sous forme angulaire) [4], [5].

Ce système de mesure est assez compliqué et nécessite, lui aussi, un amplificateur sélectif basse fréquence à commande automatique de sélectivité. La complication est compensée par l'avantage d'avoir une seule échelle.

Toutefois la portée de mesure est la même que pour un altimètre à mesure de la fréquence de battement.

2.5. Erreur systématique.

Cette question a déjà été traitée plusieurs fois de différentes manières dans le cas où l'excursion de fréquence varie sinusoïdalement [6], [7], [8].

2.5.1. Exposé mathématique. — Nous n'envisageons ici que le cas d'une modulation de fréquence en dents de scie symétriques.

Nous désignerons par :

f_e, fréquence centrale émise;

ΔF, déviation maximum de fréquence;

f_r, fréquence de modulation;

$\beta = \frac{\Delta F}{f_r}$ indice de modulation;

τ, temps de transit $= \frac{2h}{c}$;

h, hauteur;

c, vitesse de propagation des ondes électromagnétiques.

Le signal émis est modulé en fréquence linéairement entre t_1 et t_2, t_2 et t_3, etc. (*fig.* 1), il est assimilable à un signal modulé en phase de la forme [9]

$$(2) \qquad S_T = S\cos[\omega_e t + 2\beta\omega_r f(t)],$$

$f(t)$ étant de la forme $\frac{t^2}{2}$ dans les intervalles t_1t_2, t_2t_3, ..., son sens de variation s'inversant aux instants t_1, t_2, t_3, ...

Le signal reçu se présente sous la forme

$$(3) \qquad S_R = KS\cos[\omega_e(t-\tau) + 2\beta\omega_r f(t-\tau)],$$

où $K < 1$ dépend de l'atténuation en espace libre, du coefficient de réflexion du sol et du gain des antennes. S_T et S_R sont injectés dans un mélangeur équilibré, le signal de battement est de la forme

$$(4) \qquad E_d = KS\cos\varphi$$

dans les intervalles t_1t_2, t_2t_3, avec

$$\varphi = \omega_e\tau + 2\beta\omega_r[f(t) - f(t-\tau)].$$

En décomposant en série de Taylor dans les intervalles t_1t_2, t_2t_3, ..., on a

$$\varphi = \omega_e\tau + 2\beta\omega_r\tau f'(t),$$

$f'(t)$ changeant de signe aux instants t_1, t_2, t_3, ...

Le terme suivant est négligeable, car $f''(t)$ est constant et τ^2 négligeable devant τ.

En posant

$$\varphi = \omega_e\tau \pm \gamma t,$$

on a

$$(5) \qquad \gamma = 2\beta\omega_r\tau = 8\pi\Delta F\frac{h}{c}.$$

L'information de la hauteur est contenue dans γ. On obtient la pulsation de la fréquence de battement à mesurer en comptant le nombre d'inter-

valles t_1t_2, t_2t_3 par seconde, soit $2f_r$ (t variant de zéro à l'infini), on a

$$(6) \qquad E_d = KS\cos\left[\pm 8\Delta F\omega_r \frac{h}{c}\, t + \omega_c\tau\right].$$

En identifiant avec (1'), on a

$$(6') \qquad E_d = KS\cos\left[\pm 2\pi f t + \omega_c \frac{2h}{c}\right] = KS\cos\left[2\pi f t \pm \omega_c \frac{2h}{c}\right].$$

La relation (6) met en évidence le déphasage $\pm\omega_c\tau$, le signe variant aux instants t_1, t_2, t_3, ...; elle est plus complète que la relation (1') et permet d'expliquer l'erreur systématique.

2.5.2. Interprétation vectorielle. — Le signal de battement [form. (4)] est représenté sur la figure 5.

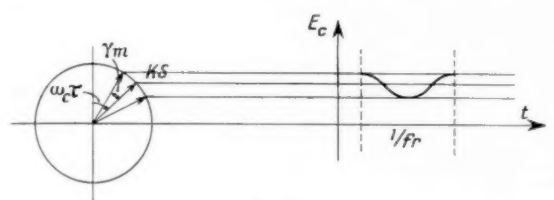


Fig. 5.

égale à $\pi\frac{\Delta F}{f_c}$ qui est négligeable devant 180° car $\Delta F \ll f_c$.

Dans le cas général (*fig.* 6), γ_{max} est très supérieur à 180° et correspond à un grand nombre de rotations de $\overrightarrow{KS}$ cependant que la position moyenne de ce vecteur reste constante (hauteur h constante).

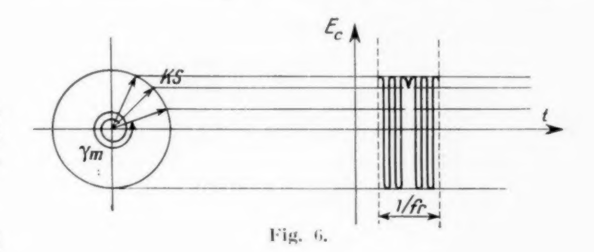


Fig. 6.

Il résulte de cette interprétation et des résultats du paragraphe 2.5.1 que le signal de battement est *sinusoïdal* dans les intervalles t_1t_2, t_2t_3, ... et que sa phase s'inverse une fois au cours du cycle de modulation.

Remarque. — Au contraire, dans le cas d'une modulation de fréquence sinusoïdale, la position moyenne de $\overrightarrow{KS}$ tourne et la fréquence du signal

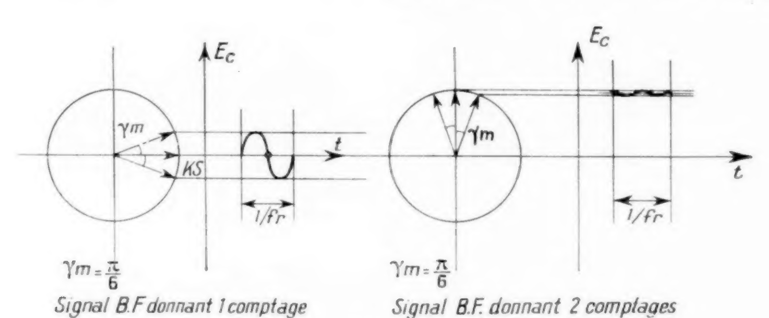


Fig. 7.

Durant chaque cycle de modulation (fréquence f_r) le vecteur $\overrightarrow{KS}$ tourne entre deux positions angulaires extrêmes

$$(7) \qquad \gamma_{max} = \frac{\gamma}{2} = 4\pi\Delta F\frac{h}{c}$$

autour d'une position moyenne qui dépend de la phase du signal réfléchi (coefficient complexe K) et de $\omega_c\tau$.

Si la hauteur h varie de $\frac{\lambda_c}{4}$ la position moyenne de $\overrightarrow{KS}$ change de 180° et la variation de γ_{max} est de battement *varie* au cours du cycle de modulation [6].

2.5.3. Calcul de l'erreur systématique. — On extrait l'information de hauteur au moyen d'un compteur — à diode ou à pentode — basé sur la charge d'un condensateur à chaque alternance positive du signal de battement, suivie de décharge dans un milliampèremètre à chaque alternance négative, c'est-à-dire que l'on compte en fait le nombre de passages à zéro du signal de battement.

On voit alors que selon la position moyenne de $\overrightarrow{KS}$ dépendant de la phase entre S_T et S_R et de τ, on pourra obtenir pendant le temps $\frac{1}{f_r}$ soit n soit $(n+1)$ comptages pour une même hauteur h (*fig.* 7).

Le vecteur $\overrightarrow{KS}$ tourne de $\frac{\pi}{2}$ lorsque la variation de hauteur Δh est telle que

$$\omega_r \Delta\tau = \frac{\pi}{2}, \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\Delta h = \frac{\lambda_c}{8}},$$

c'est-à-dire que chaque fois que l'altitude varie de $\frac{\lambda_c}{8}$ le nombre de passages à zéro du courant détecté varie pendant le temps $\frac{1}{f_r}$ d'une unité (φ_{max} reste pratiquement constant).

La figure 8 représente les indications de l'altimètre lorsque h varie. On constate sur cette figure qu'il est exceptionnel que la valeur mesurée coïncide avec la valeur vraie. On obtient l'erreur systématique en écrivant que pendant le temps $\frac{1}{f_r}$ il y a une erreur d'une unité. On utilise l'équation (1')

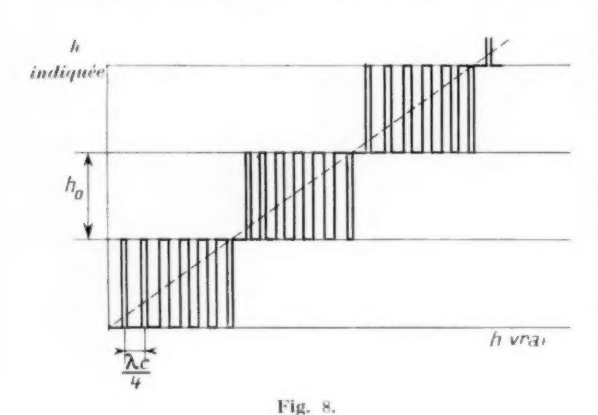


Fig. 8.

$$f = 8\Delta F f_r \frac{h}{c}.$$

L'erreur systématique est h_0

$$(8) \qquad \boxed{h_0 = \frac{c}{8\Delta F}}.$$

Cette erreur est indépendante de λ_c, longueur d'onde moyenne utilisée et son signe dépend du sens de variation de la hauteur.

Pour l'altimètre AM.210,

$$\lambda_c = 68 \text{ cm}, \qquad \Delta F = 20 \text{ Mc/s},$$

ce qui donne

$$h_0 = 1{,}8 \text{ m} \qquad \text{et} \qquad \Delta h = 8 \text{ cm}.$$

On voit qu'une variation d'altitude très faible de 8 cm est cause d'une variation importante d'indication de 1,8 m.

2.5.4. Expérimentation en vol. — Les essais en vol effectués sur avion ont montré l'impossibilité de mettre ce phénomène en évidence pour diverses raisons dont les principales sont :

— par suite de l'irrégularité du sol survolé (nature, relief) le déphasage entre les signaux émis et reçus varie d'une façon erratique;

— la diversité des trajets suivis par ces signaux, étant donné les diagrammes de rayonnement des antennes, entraîne de nombreuses interférences, entre des signaux ayant subi des trajets voisins mais ayant subi lors de la réflexion des déphasages divers;

— étant donné les taux de montée ou de descente des avions, l'inertie de l'indicateur est suffisante pour masquer les oscillations qui pourraient se produire;

— avec les longueurs d'onde utilisées, il est impossible de contrôler la hauteur de l'avion à $\frac{\lambda_c}{8}$ près (si $f_c = 440$ Mc/s on a $\frac{\lambda_c}{8}$ peu différent de 8 cm).

3. ALTIMÈTRE A MODULATION DE FRÉQUENCE AM.210 (*fig.* 11).

3.1. Principe.

Le principe utilisé est celui décrit dans la première partie (système de mesure à fréquence variable). L'emploi d'antennes encastrées ayant un faible rayonnement dans le plan perpendiculaire à leur axe ainsi que la diversité des implantations possibles — cas fréquent d'un masque entre les deux antennes — oblige à rejeter le couplage hétérodyne par les antennes au profit du couplage direct entre l'émetteur et la tête haute fréquence (*fig.* 9).

Cette disposition entraîne la mesure par l'altimètre du trajet EASBR. La longueur électrique des feeders devra être retranchée, au moins sur échelle basse, pour ne pas entacher la mesure de

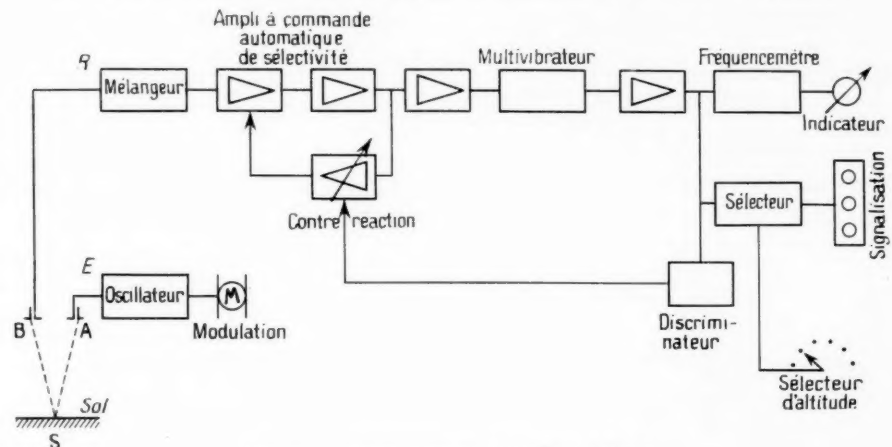


Fig. 9. — Diagramme de l'altimètre AM.210.

hauteur d'une erreur fixe dépendant de l'implantation des antennes sur les avions. Cette opération est effectuée en envoyant dans l'indicateur un contre-courant ajusté sur l'avion.

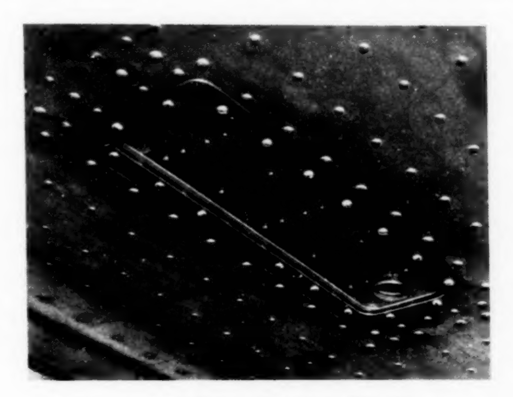


Fig. 10. — Antenne implantée sous une aile.

3.2. Antennes.

Identiques à l'émission et à la réception, les antennes sont constituées par des cavités à fentes rayonnantes adaptées à 50 Ω. Le taux d'ondes stationnaires est inférieur à 1,8 dans la bande 420-460 Mc/s utilisée (*fig.* 10 et 11).

Le gain d'une antenne est de — 3,5 dB par rapport au dipôle. L'ouverture à 3 dB (75° dans le plan E, 35° dans le plan H) a été choisie pour permettre un fonctionnement correct de l'altimètre pour les inclinaisons ou les angles de virage des avions.

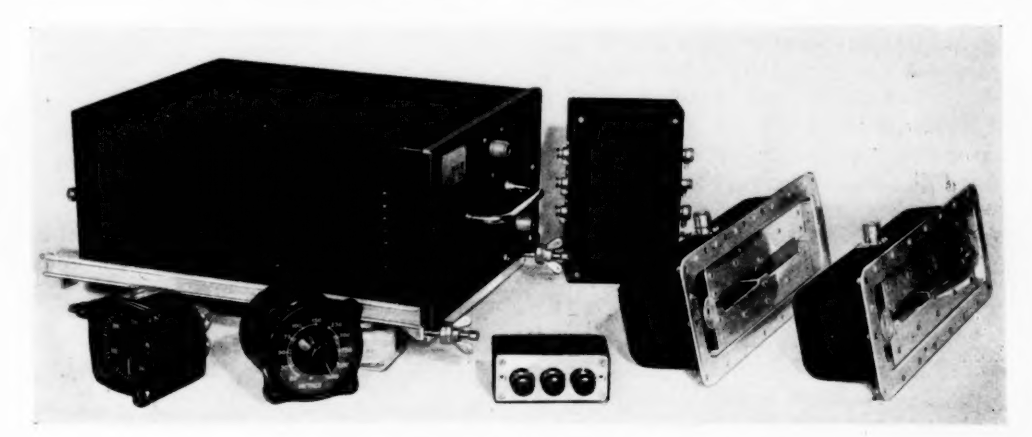


Fig. 11. — Altimètre AM.210.

3.3. **Émetteur** (*fig.* 12).

Il est constitué par un tube triode monté en autooscillateur à lignes chargées en bout par un condensateur tournant. Le profil du condensateur tournant permet d'obtenir une variation en dents de scie de la fréquence entre 420 et 460 Mc/s.

La modulation d'amplitude liée à l'excursion de fréquence est réduite en adoptant un faible couplage antenne. La puissance de sortie est réglée à 0,5 W. Les performances de l'altimètre ne sont d'ailleurs pas sensiblement modifiées si la puissance tombe à 0,2 W. La sortie hétérodyne est effectuée en symétrique par l'utilisation d'une boucle à blindage fendu.

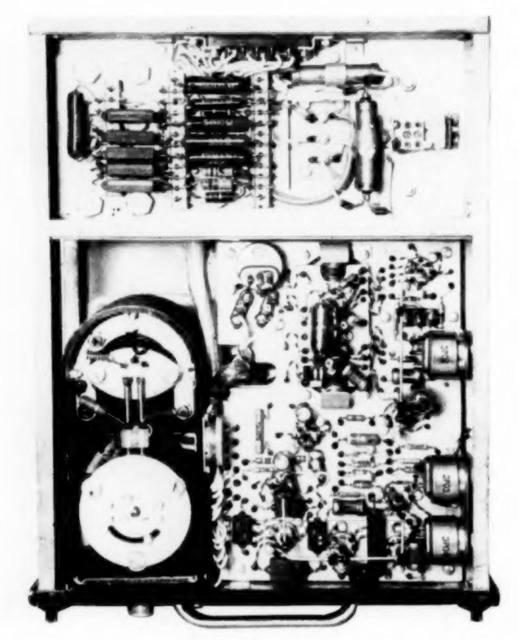


Fig. 12. — Vue du câblage de l'altimètre AM.210.

Le moteur de modulation, alimenté sous 27 V continu possède deux vitesses, 4 050 et 810 t/mn, correspondant aux échelles 0-300 et 0-1500 m, stabilisées par deux régulateurs à lames. On obtient une stabilité en vitesse de 0,5 % lorsque le réseau d'alimentation varie de 22 à 29 V.

3.4. **Mélangeur équilibré**.

Le mélangeur équilibré utilisé est du type à lignes L équipé de cristaux mélangeurs 1 N 21 B (*fig.* 13).

Le gain de conversion, voisin de — 10 dB, est pratiquement constant dans la bande 420-460 Mc/s.

Effet d'un déséquilibre du mélangeur. — Dans ce cas, une partie de l'énergie hétérodyne est envoyée vers l'antenne de réception où une fraction de cette énergie se réfléchit vers le mélangeur. Ce signal parasite est alors interprété comme un signal reçu et perturbe le fonctionnement :

a. soit en diminuant la limite supérieure de fonctionnement par superposition d'un signal fort de fréquence basse à un signal réfléchi faible de fréquence élevée, ce qui entraîne le « décrochage » (effet cumulatif des signaux direct entre antennes et de déséquilibre, *cf.* § 4.1);

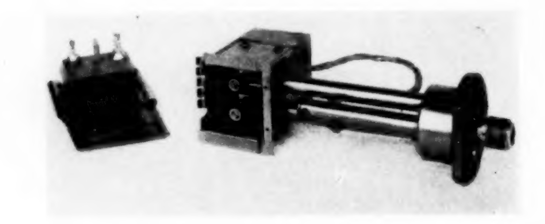


Fig. 13. — Mélangeur équilibré.

b. soit lorsque par suite de l'implantation, le signal au sol de fréquence basse est faible, l'équipement « s'accroche » sur le signal dû au déséquilibre dont la fréquence est voisine.

3.5. **Amplificateur basse fréquence** (*fig.* 12).

Compte tenu de la loi de propagation en espace libre, la courbe de réponse de l'amplificateur basse fréquence devrait présenter une pente de 6 dB/octave environ, mais en vue d'accroître la protection contre le signal de couplage direct entre antennes on est conduit à augmenter cette valeur pour les fréquences B. F inférieures à 6 kc/s. D'autre part, en vue d'obtenir une protection contre les signaux correspondant à des trajets plus longs, le gain maximum de l'amplificateur est automatiquement centré sur le signal reçu au moyen d'une chaîne de contre-réaction dont le gain est commandé par l'indication d'altitude (*fig.* 9).

Ce résultat est obtenu au moyen d'un circuit de contre-réaction amplifié commandé par une tension V dépendant de la fréquence *f* (*fig.* 14).

3.6. **Étage limiteur**.

Cet étage est constitué par un multivibrateur

déclenché par le signal basse fréquence issu de l'amplificateur.

Les avantages de ce montage par rapport au limiteur à pentode généralement utilisé dans ce cas sont :

a. Amélioration de la sensibilité globale de l'équipement; en effet, si deux signaux de fréquences voisines sont appliqués à l'entrée du multivibrateur, celui-ci est déclenché par le plus fort dès que leur différence est supérieure à 3 dB.

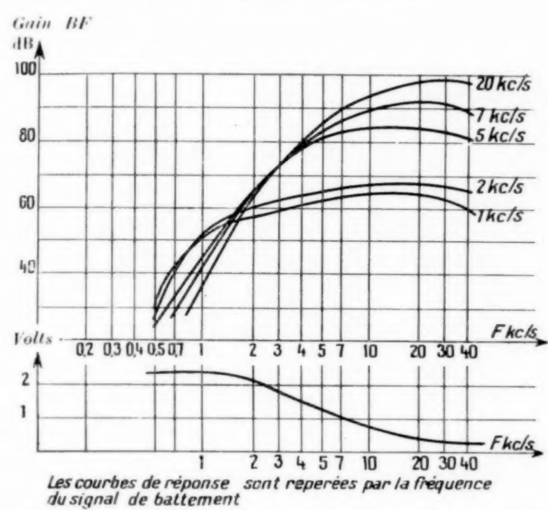


Fig. 14. — Courbe de réponse de l'amplificateur basse fréquence. Tension de commande de l'amplificateur de contre-réaction.

b. Existence d'un seuil de déclenchement bien défini : en l'absence de tout signal, la tension de sortie est nulle;

c. Tension de sortie élevée et constante indépendamment du niveau et de la fréquence du signal injecté.

Ce multivibrateur est suivi d'un étage cathode-follower destiné à obtenir un gain en puissance indépendant des variations de la tension de sortie du multivibrateur lorsque le réseau de bord varie entre 22 et 29 V.

3.7. Circuit compteur de fréquence et indicateur.

Cet étage est un compteur à diodes (*fig.* 15). Pendant une alternance *C* se charge à travers V_1

$$Q = CV.$$

Puis *C* se décharge à travers V_2

$$I = \frac{Q}{T} = CVf.$$

Ce dispositif permet d'avoir un étalonnage linéaire en fréquence de l'indicateur du type 0-2 mA.

Enfin l'indicateur (*fig.* 11) possède l'interrupteur de mise en marche et la manette de changement d'échelle (*cf.* § 3.3).

3.8. Circuits annexes (*fig.* 9).

a. Circuits d'altitude prédéterminée. — On compare la tension de sortie d'un second compteur de fréquence à une tension continue servant de référence d'altitude, un système de trois voyants indique si l'avion est trop haut, à l'altitude choisie, ou trop

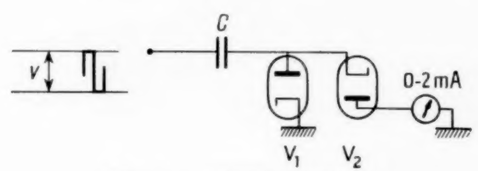


Fig. 15. — Circuit compteur.

bas. Le choix de ces altitudes se fait au moyen d'un commutateur mis à la disposition du pilote (*fig.* 11).

b. Alimentation à partir d'un réseau 27 V continu, intensité 5 A.

1° Filaments : chauffés en série parallèle;

2° Haute tension : convertisseur 280 V, 150 mA;

3° Découplages : par résistances et capacités;

4° Haute tension stabilisée : 150 V pour les tensions d'écran et l'étage multivibrateur.

4. IMPLANTATION DES ANTENNES ENCASTRÉES.

4.1. Influence du signal direct entre antennes.

Ce signal à fréquence basse (1000 à 2 000 c/s) peut perturber le fonctionnement de l'altimètre sur l'extrémité supérieure de l'échelle 0-300 m, où le signal réfléchi par le sol a une fréquence de 20 à 25 kc/s.

Le rapport des niveaux du signal réfléchi et du signal de couplage à l'entrée de l'altimètre peut être tel qu'à la sortie de l'amplificateur sélectif (*fig.* 14) le niveau du signal direct entre antennes

soit supérieur à celui du signal réfléchi par le sol. L'indication d'altitude tend alors vers une valeur voisine de zéro. On dit que l'altimètre « décroche ».

D'autre part, les variations de niveau du signal réfléchi atteignent 15 dB, ces variations rapides sont apparemment dues aux interférences entre les différents trajets du signal émis entre les deux antennes.

Il peut en résulter trois modes de fonctionnement en fin d'échelle, lorsque l'altitude augmente :

1° Indication d'altitude stable;

2° Indication d'altitude instable due au « fading » du signal réfléchi [1];

3° Indication de décrochage (zéro).

Le phénomène de décrochage est donc lié au niveau du signal direct entre antennes (distance entre antennes) et à sa fréquence (longueur des feeders et distance entre antennes).

Pour obtenir un fonctionnement satisfaisant sur échelle basse, la zone 1° doit correspondre à 0-400 m pour un sol moyen.

Sur échelle haute (0-1500 m), la fréquence du signal direct étant cinq fois plus faible que sur échelle basse, ce signal n'intervient pas sur l'altitude de décrochage qui est liée au bruit propre de l'altimètre.

4.2. **Méthode de mesure de l'atténuation entre antennes.**

On utilise une méthode de comparaison au moyen de l'altimètre AM.210 sur échelle basse fonctionnant en appareil de zéro.

Les antennes rayonnent vers le ciel ou l'avion vole à une altitude supérieure à 3 000 m pour éviter l'effet du signal réfléchi :

a. On connecte l'altimètre aux antennes au moyen de deux feeders d'atténuation A_1 et A_2. On note le niveau et la fréquence du signal à la sortie de l'amplificateur.

b. On boucle l'altimètre sur un feeder et un atténuateur variable en série. La longueur de feeder est choisie pour obtenir la même fréquence de battement qu'en *a* et l'on règle l'atténuateur pour obtenir aussi le même niveau. Soit A_3 l'atténuation du feeder et A_4 celle lue sur l'atténuateur.

En désignant par A l'atténuation entre antennes, nous avons

$$A + A_1 + A_2 = A_3 + A_4,$$

d'où

$$A = A_3 + A_4 - (A_1 + A_2).$$

4.3. **Résultats obtenus.**

4.3.1. Antennes ayant leurs grands axes colinéaires :

D(m)........	1,4.	2,5.	4,25.	5,45.	6,65.
A (dB)....	38	44	52	61	69

A partir de $D = 4\lambda$, l'affaiblissement varie de 6 dB/m environ.

4.3.2. Déplacement des antennes par rapport a l'axe commun. — Mesures effectuées à $D = 6{,}65$ m :

e(m)................	0.	0,1.	0,5.	1.
A(dB)..........	69	68	67	63

4.3.3. Rotation des antennes l'une par rapport a l'autre :

$\theta°$............	— 60.	— 30.	0.	+ 30.	+ 60.
A(dB)....	58	66	69	68	60

On peut en déduire que l'affaiblissement suit approximativement la loi

$$A = A_0 + 20 \log \cos \theta.$$

Si l'on admet que l'atténuation du signal réfléchi est également de la forme

$$S = S_0 - 20 \log \cos \theta,$$

$$S - A = (S_0 - A_0) - 40 \log \cos \theta.$$

On pourra tourner chaque antenne de 10° environ sans une diminution appréciable du rapport $\frac{\text{Signal réfléchi}}{\text{Signal de couplage}}$ (variation inférieure à 1 dB).

4.3.4. Couplage entre feeders. — On a mesuré un couplage égal à 70 dB/m de feeders cheminant côte à côte. Il est donc nécessaire d'éviter avec soin ce couplage.

4.4. **Conclusion.**

Sachant que l'on a un fonctionnement sûr avec $D = 7$ m entre antennes et $L = 12$ m de feeders, nous déduisons de la courbe d'atténuation entre

[1] En vue d'éviter ce mode de fonctionnement, on a obtenu un fonctionnement dissymétrique en ce qui concerne les altitudes de « décrochage » et de « raccrochage », cette dernière étant inférieure à la première.

antennes et de la courbe de sélectivité de l'amplificateur basse fréquence, la relation qui doit exister entre la distance entre antennes et la longueur totale des feeders à ne pas dépasser.

Résultats :

D(m)	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
L_{max}(m)	9	12	14	16	18	20	22

Les résultats ci-dessus résument certaines règles impératives d'implantation, mais il faut aussi tenir compte d'autres considérations :

— Réduction de la longueur de feeder réception en vue de diminuer la fréquence du signal parasite dû au déséquilibre du mélangeur;

— Implantation des antennes telle qu'il n'y ait aucun masque entre elles lorsque l'avion est au sol ou à très basse altitude (trains d'atterrissage, volets, freins de piqué, etc.);

— Enfin il semble bon de réduire l'incidence du faisceau réfléchi lorsque l'avion est au sol en vue d'éviter :

a. la possibilité de réflexions multiples (*fig.* 16 *a*);

b. l'erreur dite d'hypoténuse faussant la mesure aux basses altitudes (*fig.* 16 *b*).

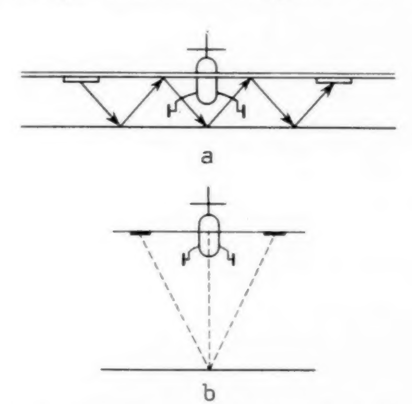


Fig. 16. — *a.* Réflexions multiples au sol; *b.* Erreur d'hypoténuse.

5. RÉSUMÉ DES PERFORMANCES DE L'ALTIMÈTRE AM. 210.

	Échelle 300 m.	Échelle 1500 m.
Puissance haute fréquence (W)	0,5	0,5
Longueur d'onde (cm)	68	68
Fréquence moyenne (Mc/s)	440	440
Excursion de fréquence (Mc/s)	± 20	± 20
Fréquence de modulation (c/s)	135	27
Modulation d'amplitude (%)	7	7
Durée maximum trajet (µs)	2	10
Fréquence signal par mètre de hauteur (c/s)	72	14,4
Fréquence maximum basse fréquence (kc/s)	23	23
Erreur systématique maximum (m)	± 1,8	± 1,8
Altitudes de décrochage sur mer (m)	500	2 500
Précision 0 à 30 m (m)	± 3	—
Précision 30 à 1500 m (%)	± 10	± 10
Températures extrêmes de fonctionnement (°C)	— 40 à + 70	— 40 à + 70

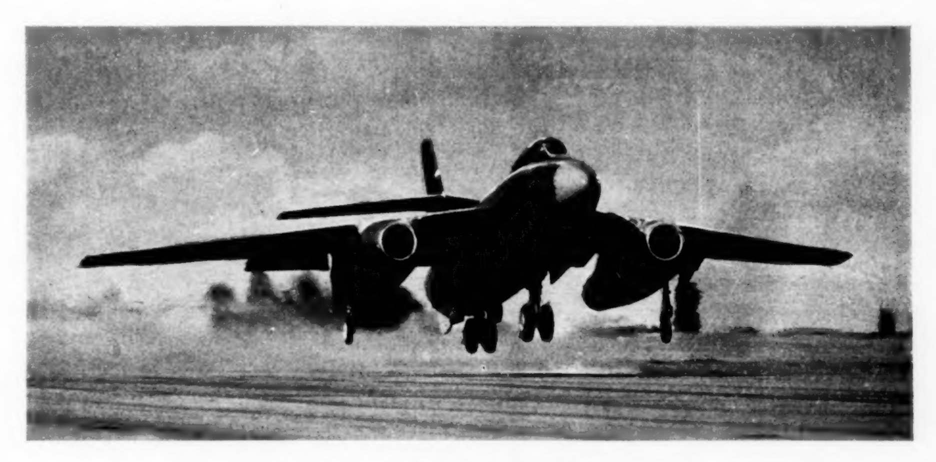


Fig. 17. — Biréacteur SNCASO « Vautour ».

6. CONCLUSION.

L'installation d'un altimètre à modulation de fréquence à bord d'un avion pose des problèmes complexes dus en grande partie au signal de couplage entre antennes. Nous avons étudié cette question en liaison étroite avec le Service Technique des Télécommunications de l'Air et le Centre d'Essais en Vol de Brétigny. Qu'il nous soit permis de les remercier ici de l'aide précieuse qu'ils nous ont apportée.

Au terme d'études poussées et de mises au point détaillées, l'altimètre S.F.R. AM.210 est actuellement construit en série. Ce résultat a pu être obtenu grâce au travail d'une équipe animée par M. Dangles.

En France et à l'étranger, l'altimètre AM.210 est monté sur des chasseurs à réaction et en particulier (*fig.* 17) sur le biréacteur SNCASO « Vautour ».

BIBLIOGRAPHIE.

[1] B. A. Sharpe, *Low reading absolute altimeters* (*J. Inst. Elect. Eng.*, vol. 94, part. III.A, n° 16, mars 1947).

[2] B. A. Sharpe, *Aircraft radio altimeters* (*J. Inst. Nav.*, janvier 1950, p. 79-89).

[3] P. Giroud et L. Couillard, *Sondeur radioélectrique pour la mesure des hauteurs des aéronefs au-dessus du sol* (*Ann. Radioélectr.*, t. II, n° 8, avril 1947).

[4] A. Bloch, K. E. Buecks et A. G. Heaton, *Improved Radio Altimeter* (*Wireless World*, mars 1954).

[5] F. T. Wimberley et J. F. Lane, *The AN-APN.22 Radio Altimeter* (*Trans. Inst. Rad. Eng.*, juin 1954).

[6] H. P. Kalmus, J. C. Cacheris et H. A. Dropkin, *J. Res. of N.B.S.*, avril 1953.

[7] Violet, *Cours de Radionavigation de l'E.S.E.*, t. III.

[8] M. Capelli, *Radio Altimeter* (*Trans. Inst. Rad. Eng.*, juin 1954).

[9] J. Fagot, *Cours d'émission de l'E.S.E.*, t. III.

LA STABILITÉ DE FRÉQUENCE ET LES PILOTES A QUARTZ

Par A. ERKENS,

Département « Piézo-électricité » de la Société Française Radioélectrique.

Sommaire. — *Les problèmes de la synchronisation des émetteurs et de la stabilité de la fréquence posent toute une série de problèmes au constructeur de pilotes à quartz.*
L'auteur décrit dans l'article qui suit les solutions les plus récentes apportées à ces problèmes.
Il compare les performances des deux types de quartz les plus employés.
Le fonctionnement de l'oscillateur et du thermostat qui interviennent pour une bonne part dans les performances de l'ensemble du pilote sont également examinés.
(C. D. U. : 621.3.016.35 : 621.3.018.4).

Summary. — *Problems of synchronisation of transmitters and frequency stability set a whole series of problems to quartz crystal oscillator designers.*
In the following article the author sets out the latest solutions of these problems. He compares the performance of the two types of oscillators most frequently utilised.
The operation of the oscillator and of the thermostatic oven which play an important part in the overall performance are also examined. (U. D. C. : 621.3.016.35 : 621.3.018.4).

1. LE PROBLÈME DE LA SYNCHRONISATION.

On sait que le nombre des fréquences utilisables en Radiodiffusion dans la gamme 500-1500 kc/s est relativement peu élevé, et que les pays européens ont à se partager environ une centaine de fréquences.

Les organismes de Radiodiffusion pour faire face à cette situation, se sont trouvés devant plusieurs solutions. Ou bien, utiliser les fréquences allouées en n'attribuant chacune d'elles qu'à un seul émetteur très puissant susceptible de couvrir l'ensemble du territoire, ou grouper au contraire plusieurs émetteurs de moyenne puissance. Cette deuxième solution a prévalu pour des raisons techniques et économiques mais a posé un problème important concernant la stabilité de la fréquence des différents émetteurs.

On a admis que pour obtenir une réception correcte, il était suffisant d'avoir entre deux émetteurs fonctionnant sur la même longueur d'onde, des périodes de battement comprises entre 10 et 30 s. Dans le cas d'un réseau à 1000 kc/s, les précisions requises pour les fréquences sont de l'ordre de 1.10^{-7} à 3.10^{-8}.

On doit remarquer d'ailleurs que pour des raisons d'entretien et de simplification de l'exploitation, on a intérêt à augmenter cette stabilité, ou tout au moins à la maintenir sur une très longue période de temps, de l'ordre de plusieurs mois.

Une première solution avait été apportée par la Société Française Radioélectrique à ce problème avec les baies Mesdi (type 481) [1]. On obtient avec ces baies des stabilités supérieures à 1.10^{-8} pendant 24 h avec des pilotes employant des quartz de coupe GT.

On peut arriver maintenant avec des quartz du type « barreau Y » à des stabilités nettement supérieures, de l'ordre de 10^{-8} sur des périodes de plusieurs mois.

2. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LES MOYENS EMPLOYÉS POUR OBTENIR UNE BONNE STABILITÉ DE FRÉQUENCE.

Il est indiscutable que, dans un oscillateur à quartz, un des facteurs importants de perturbation de la fréquence est l'oscillateur lui-même. Nous ne parlerons que pour mémoire de l'instabilité des résistances, inductances et condensateurs. Les déformations des électrodes et les fluctuations des tensions d'alimentation influent sur la pente et les capacités d'entrée et de sortie des tubes. Le vieillissement

de ceux-ci et les changements de leurs caractéristiques au cours de leur vie s'ajoutent à ces premiers éléments pour réagir sur la fréquence finale de l'ensemble. M. Norman Lea dans un article de *Marconi Review* [2] expose une méthode et un appareillage au moyen desquels ces inconvénients sont éliminés. Un dispositif compare continuellement la fréquence d'un générateur à celle du quartz fonctionnant comme filtre et corrige constamment les écarts de phase du générateur. Ce dispositif que sa complexité fait éliminer des réseaux d'exploitation de radiodiffusion dans lesquels la simplicité et la sécurité de fonctionnement sont des facteurs primordiaux, a cependant l'avantage d'atteindre des stabilités extrêmement élevées. L'auteur de cet article signale être arrivé à des chiffres de l'ordre de 1.10^{-10}.

La formule classique du quartz associé à un amplificateur d'entretien des oscillations, moyennant une certaine mise au point en usine, peut cependant donner d'excellents résultats, et l'infériorité relative de ces derniers, par rapport à ceux exposés ci-dessus, est largement compensée par la robustesse et la facilité d'entretien de ces appareils.

3. LE QUARTZ.

3.1. Technologie.

La figure 1 montre l'orientation d'une lame de quartz de coupe GT par rapport aux trois axes cristallographiques naturels [3], [4].

Il est indispensable pour avoir un quartz présentant une courbe de dérive thermique correcte, d'obtenir la plus grande précision sur trois paramètres essentiels de la coupe GT, c'est-à-dire l'angle du plan de la lame par rapport au trièdre de référence, l'angle de rotation de la lame dans son plan, et enfin le rapport des dimensions $\frac{\text{largeur}}{\text{longueur}}$.

A titre d'exemple, ce dernier doit être déterminé à environ 1/10 000e près, par des mesures électriques. Ces trois paramètres étant observés, on arrive ainsi à obtenir des courbes de dérive (*fig.* 2) particulièrement intéressantes, présentant un palier presque absolu sur plusieurs dizaines de degrés.

Le cas du barreau Y, dont l'orientation est donnée par la figure 3, est différent, et sa courbe de dérive thermique est d'allure parabolique, avec un maximum que l'on peut d'ailleurs déplacer dans une certaine mesure en modifiant les proportions du cristal.

La fabrication du quartz GT, en dehors des points

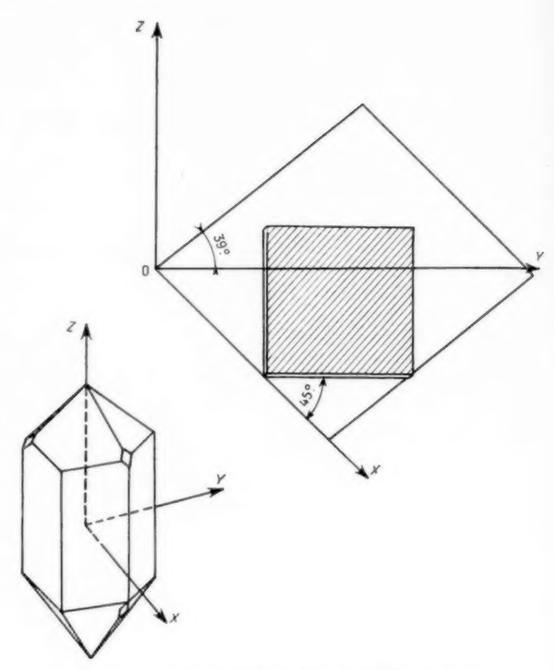


Fig. 1. — Lame GT dans le cristal. Orientation.

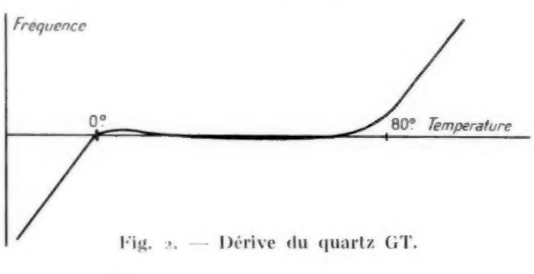


Fig. 2. — Dérive du quartz GT.

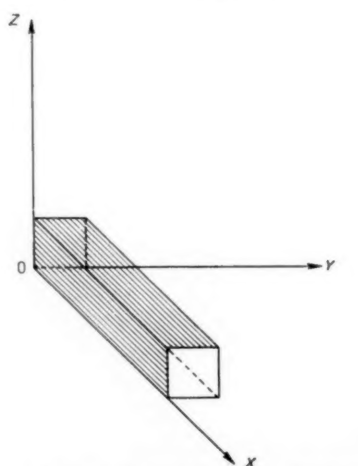


Fig. 3. — Barreau Y dans le cristal. Orientation.

que nous avons signalés, est parfaitement classique. Le mode de vibration présente un point nodal au centre de la lame, où l'on peut souder les connexions qui servent en même temps de suspension. Les faces sont métallisées à l'or et le cristal est monté sous vide dans une ampoule de verre étanche (*fig.* 4).

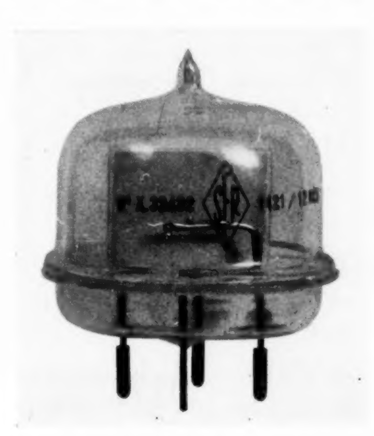


Fig. 4. — Quartz GT en ampoule.

Le barreau Y vibre en extension et en partiel 2. Ce mode de vibration présente deux plans nodaux, perpendiculaires au grand axe et situés environ au quart de la longueur à partir de chaque extrémité. C'est sur ces plans que l'on soudera les fils de connexion. Il s'agit là d'une opération extrêmement délicate, qui, si elle est exécutée d'une manière incorrecte, peut faire baisser dans de grandes proportions la surtension du cristal.

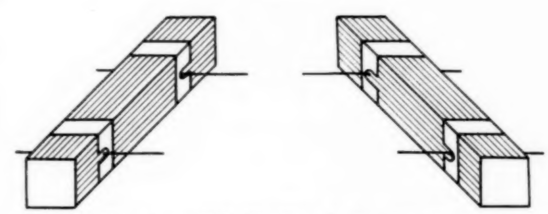


Fig. 5. — Métallisation du barreau Y.

La métallisation est faite au moyen de caches spéciaux (*fig.* 5) de manière à exciter correctement le barreau.

Enfin, le quartz est lui aussi monté sous vide dans une ampoule étanche (*fig.* 6).

3.2. Diagramme d'admittance.

3.2.1. Établissement du diagramme. — Un moyen assez commode pour représenter le fonctionnement électrique d'un quartz consiste à employer une construction graphique connue sous le nom de diagramme d'admittance [5], [6].

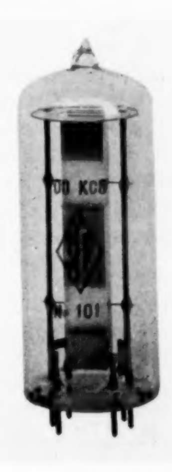


Fig. 6. — Quartz Y en ampoule.

La figure 7 montre le schéma équivalent d'un quartz métallisé. On voit qu'il se compose de deux branches en parallèle, l'une formée des éléments L, R, C d'admittance Y (L, inductance dynamique

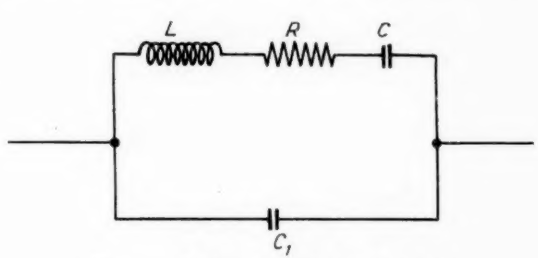


Fig. 7. — Schéma équivalent d'un quartz.

représentant la masse du cristal; R, résistance de pertes; C, capacité dynamique représentant l'élasticité du cristal), l'autre d'une capacité C_1 représentant la capacité entre les électrodes. On démontre que l'extrémité du vecteur OA représentant l'admittance de la branche LRC se déplace sur un cercle de diamètre $OB = \frac{1}{R}$ (*fig.* 8) quand la fréquence varie de zéro à l'infini.

Le vecteur OC représente l'admittance de la branche C_1 soit $C_1\omega$. On fait l'hypothèse que dans la bande de fréquences extrêmement étroite qui

intéresse le quartz, le vecteur OC reste constant en dimension.

Le vecteur CA représente l'admittance de l'ensemble du quartz, l'angle AOB = θ représente le déphasage de la tension sur le courant dans la branche *RLC* et l'angle ACN = θ_1, le déphasage de la tension sur le courant total parcourant le quartz.

Dans ce diagramme, les fréquences zéro et infini se trouvent en O et croissent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Les points R et S représentent les admittances maximum et minimum. Les points P et Q, pour lesquels l'angle θ_1 est nul, représentent la résonance série et l'antirésonance.

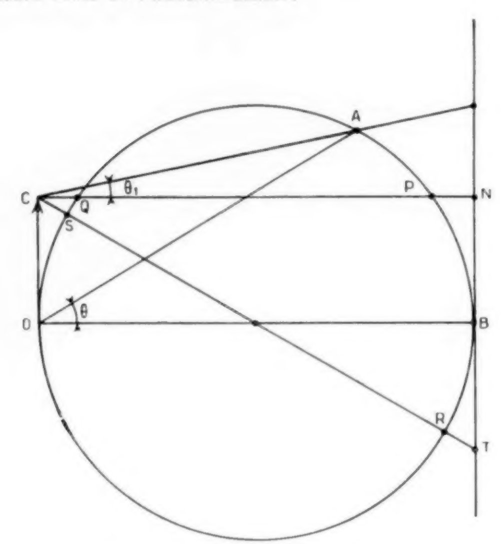


Fig. 8. — Diagramme d'admittance.

Enfin, on démontre que l'axe tangent au cercle en B peut être gradué linéairement en fréquence, tout au moins tant qu'on ne s'éloigne pas de la fréquence F_0 du quartz de plus de 2 % environ, ce qui est amplement suffisant pour la majorité des cas considérés.

La distance TN représente une fraction de F_0 et vaut

$$\frac{1}{PQ}F_0 \qquad \text{avec} \quad P = Q\frac{C}{C_1} \qquad \text{et} \qquad Q = \frac{L\omega}{R}.$$

3.2.2. Application de la méthode a l'évaluation de la qualité d'un cristal. — Une application du diagramme d'admittance aux cas des quartz coupe GT et barreau Y permettra de fixer un ordre de grandeur des phénomènes de variation de fréquence.

On sait que lorsqu'un quartz est couplé à un système destiné à entretenir ses oscillations, à chaque rotation de la phase de ce système correspond une rotation de signe opposé et de même valeur de la phase $\frac{\text{tension}}{\text{courant}}$ du quartz, accompagnée évidemment d'une variation de fréquence.

Nous considérerons ici deux quartz, l'un de coupe GT, l'autre du type barreau Y, tous deux à 100 kc/s, dont les caractéristiques respectives sont :

Quartz GT :

$$L = 16\ \text{H}, \qquad R = 100\ \Omega, \qquad Q = 100\,000,$$
$$C = 0,17\ \text{pF}, \qquad C_1 = 40\ \text{pF} ;$$

Quartz Y :

$$L = 700\ \text{H}, \qquad R = 435\ \Omega, \qquad Q = 1\,000\,000,$$
$$C = 0,0035\ \text{pF}, \qquad C_1 = 4\ \text{pF}.$$

Il s'agit là des valeurs moyennes rencontrées en fabrication.

Dans le but de faciliter la comparaison, on tracera les deux diagrammes avec des cercles de diamètres égaux.

Dans ces conditions, pour le quartz GT (*fig.* 9 *a*) ce diamètre représente une conductance :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{100} = 10\,000 . 10^{-6}$$

Fig. 9.

a. Diagramme d'un quartz GT.
b. Diagramme d'un barreau Y.

et

$$C_1\omega = 40 \times 6{,}28.10^5.10^{-12} = 25.10^{-6}.$$

$C_1\omega$ représente 25/10 000e du diamètre du cercle pris comme unité (on remarquera que dans ce cas, comme dans le cas du barreau Y, les points C et O sont pratiquement confondus).

On a vu plus haut (3.1.1) que

$$TN = 2C_1\omega = \frac{1}{PQ}F_0 = \frac{C_1}{Q^2C}F_0 = \frac{40}{10^{10}.0{,}17}F_0.$$

$$2C_1\omega = 2{,}35.10^{-8}F_0.$$

La graduation de l'échelle des fréquences est maintenant immédiate.

$2{,}35.10^{-8}F_0$ sont représentés par 2 (25/10 000e) du diamètre Φ,

$$F_0 = 10^5 \text{ c/s}$$

d'où l'on tire

$$1 \text{ c/s} = 2{,}15\,\Phi.$$

Reprenons le même calcul pour le barreau Y. On trouve que le diamètre du cercle (*fig.* 9*b*) correspond à une conductance de

$$\frac{1}{435} = 2\,300.10^{-6}$$

et

$$C_1\omega = 4 \times 10^{-12} \times 6{,}28.10^5 = 2{,}5.10^{-6}.$$

C_1 représente ici 2,5/2 300e du diamètre du cercle pris comme unité.

Dans le cas du barreau Y :

$$2C_1\omega = \frac{1}{PQ}F_0 = \frac{C_1}{Q^2C} = \frac{4}{10^{12} \times 0{,}0035}F_0.$$

$$2C_1\omega = 0{,}115.10^{-8}F_0$$

et $0{,}115.10^{-8}F_0$ correspond à 2 (2,5/2 300e) du diamètre,

$$1 \text{ c/s} = 18{,}9\,\Phi.$$

Ces deux exemples montrent que, pour un angle θ_1 donné, la stabilité de fréquence du barreau Y en fonction des variations de phase est environ neuf fois supérieure à celle du quartz GT.

3.3. Avantages et inconvénients des deux types de quartz.

En résumé, le quartz GT, de forme classique, n'a pas de dimensions prohibitives et présente une courbe de dérive thermique extrêmement intéressante, obtenue, par contre, par des moyens très délicats.

Le barreau Y est assez volumineux, et exige pour sa fabrication une matière première très pure, dont le prix de revient brut est de l'ordre de 100 000 f le kilogramme, ceci sans tenir compte du rendement de l'usinage qui est de l'ordre de 5 à 10 %. La métallisation est assez complexe, et les soudures très délicates à exécuter. Mais on a vu (3.1.2) que sa stabilité est remarquable. C'est pour cette dernière raison qu'il a été préféré pour la fabrication des pilotes actuels, dont nous allons examiner maintenant l'oscillateur et le thermostat.

4. L'OSCILLATEUR.

4.1. L'oscillateur à résonnance série.

Ce type d'oscillateur, dont le schéma de principe est représenté, sur la figure 10, est particulièrement intéressant pour un pilote à grande stabilité.

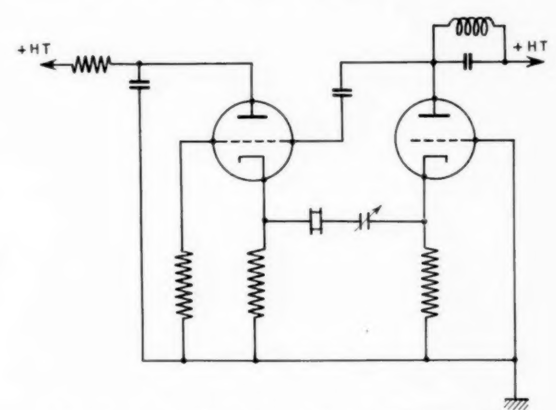


Fig. 10. — Schéma de principe de l'oscillateur P 18.

Si l'on se reporte au diagramme d'admittance de la figure 2, on voit que les variations de fréquence en fonction des variations de l'angle θ_1 passent par un minimum quand θ_1 est voisin de zéro, c'est-à-dire quand le quartz travaille à la résonance ou à l'antirésonance. Cette dernière est à éliminer immédiatement car la fréquence du cristal dépend alors fortement des capacités mises en parallèle sur lui et des capacités parasites en particulier. Dans ces conditions, le quartz travaillant à la résonance série et par conséquent à basse impédance, doit être couplé à un oscillateur adapté sur lui. On démontre et l'on vérifie que l'oscillateur de la figure 10 correspond bien à cette condition.

De plus, par le jeu de l'accord du circuit plaque, il est possible d'annuler le terme réactif de l'impédance du circuit entre les cathodes.

4.2. La mise au point pratique de l'oscillateur.

Divers procédés peuvent être employés pour améliorer le fonctionnement de l'ensemble.

La figure 11 représente un schéma de montage du quartz dans un circuit atténuateur. On évite par ce moyen la saturation des tubes qui travaillent dans ces conditions au voisinage du seuil d'accrochage. De plus, le réseau formé des quatre résistances introduit un certain taux de contre-réaction qui joue dans un sens favorable pour l'amélioration de l'ensemble. Enfin, et surtout, on limite par ce procédé le courant H. F. parcourant le cristal qui n'absorbe alors que quelques dizaines de microwatts.

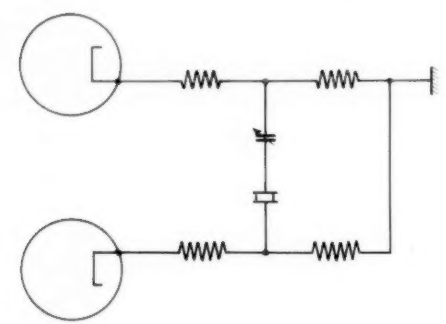


Fig. 11. — Schéma du détail de montage des cathodes.

Il est connu de longue date que l'emploi d'éléments régulateurs d'amplitude des oscillations ne peut qu'améliorer la stabilité de fréquence.

Un des premiers éléments connus a été la lampe à incandescence, dont la résistance varie avec la tension. Les thermistances ont apporté un très grand progrès pour ce genre d'applications. On monte maintenant (*fig.* 12) en parallèle sur une résistance de cathode une thermistance à chauffage indirect alimentée par un amplificateur qui est attaqué par la tension de sortie de l'oscillateur.

On voit qu'à chaque augmentation de cette dernière, correspond une diminution de la valeur de la thermistance d'où diminution de couplage du quartz avec l'oscillateur et finalement atténuation de la variation du courant H. F. dans le cristal.

5. LA RÉGULATION DE TEMPÉRATURE.

5.1. Le thermostat intérieur.

Du fait de l'allure parabolique de la courbe de dérive thermique du barreau Y, le thermostat, régulant la température de ce quartz, doit donc avoir une plage de fluctuations aussi réduite que possible, et dont la valeur moyenne reste constante dans le temps.

On a abandonné pour cet appareil les thermomètres à contacts, qui présentent des caractéristiques mécaniques dont l'instabilité est prohibitive pour ce genre d'application, au profit de procédés purement électroniques faisant appel à un pont de Wheatstone sensible à la température, comme

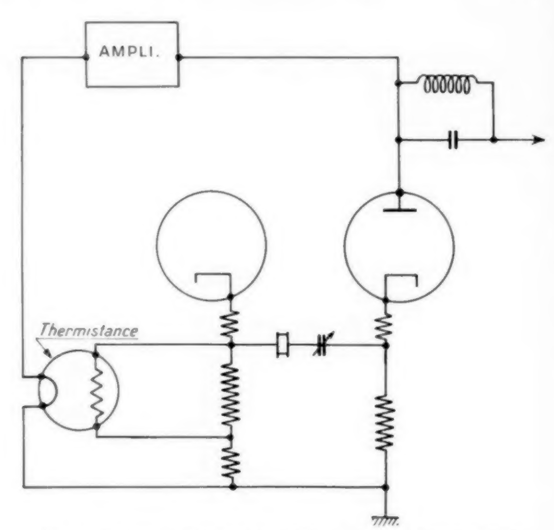


Fig. 12. — Schéma du circuit cathodique complet avec thermistance.

élément de référence. Ce pont, et les organes accessoires associés peuvent être rendus aussi stables qu'on le désire, et les variations de température du thermostat peuvent être estimées inférieures au 1/100e de degré centigrade.

Si l'on ajoute que le quartz est séparé du bloc thermostat lui-même par le vide de l'ampoule qui le contient et une couche d'air assez importante, on peut évaluer à quelques millièmes de degrés les variations de température du cristal.

Le schéma électrique du thermostat est donné par la figure 13.

5.2. La régulation de la température ambiante.

Afin d'améliorer le fonctionnement de ce thermostat, on l'entoure d'une enceinte régulée avec moins de précision, dans le but de compenser les variations de la température ambiante.

Le fonctionnement de ce thermostat extérieur

est commandé par un thermomètre à contact. La régulation est de l'ordre de quelques dixièmes de degré autour de 55° pour des températures extérieures comprises entre 0 et 40° C. Dans ces conditions, le thermostat intérieur à pont travaille sous une différence de température pratiquement constante, ce qui explique l'excellente stabilité de la température.

Fig. 13. — Schéma du thermostat intérieur.

6. RÉSULTATS OBTENUS AVEC LES PILOTES.

Un pilote à quartz (type P 18) équipé d'un barreau Y permet de garantir une stabilité de fréquence de 1.10^{-8} sur une très longue période de temps, de l'ordre de plusieurs mois.

Des enregistrements faits par comparaison de plusieurs de ces appareils cnt montré que les changements de lampes et les fluctuations de la tension du secteur provoquent des variations de fréquence de l'ordre de 1.10^{-9}.

Les variations de température extérieure entre 5 et 40° C donnent des résultats identiques.

Employé avec certaines précautions (régulation de la tension d'alimentation, local à température sensiblement constante) ce pilote réglé à 100 kc/s peut servir d'étalon de fréquence primaire pour l'équipement de laboratoires.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Toussaint et Sev, *Le problème de la synchronisation dans les réseaux de Radiodiffusion* (*Annales*, n° 9, juillet 1947).

[2] N. Lea, *Quartz resonator servo* (*Marconi Review*, vol. 17, n° 114, 3rd quarter 1954).

[3] C. Warenghem, *Le quartz dans le matériel radio-électrique* (*Revue Générale d'Électricité*, février 1951).

[4] A. Erkens, *Fabrication et possibilités du quartz moderne* (*Onde Électrique*, mars 1955).

[5] W. G. Cady, *Piezoelectricity* (Mc Graw Hill), p. 337 et suiv.

[6] P. Vigoureux et C. Booth, *Quartz vibrators* (H. M. Stationery Office), p. 69 et suiv.

Imp. GAUTHIER-VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
147 978

Dépôt légal, Imprimeur 1955, n° 1010

SOMMAIRE

Imp. GAUTHIER - VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
147478
Dépôt légal, Imprimeur, 1955, n° 1010

Le Gérant : L. P. BOULANGER